

ACTA CAROLUS ROBERTUS

Károly Róbert Főiskola tudományos közleményei
Alapítva: 2011



3 (1)

Főszerkesztő:
Takácsné György Katalin

Meghívott szerkesztő:
Tóth Zoltán
Felelős szerkesztő:
Csernák József

Szerkesztőbizottság:

Bandlerova, Anna – Slovak University of Agriculture in Nitra
Dávid Lóránt – Károly Róbert Főiskola
Dinya László – Károly Róbert Főiskola
Florkowski, Wojciech – University of Georgia
Agota Giedrė Raišienė - Mykolas Romeris University
Király Zsolt – Károly Róbert Főiskola
Kožuch, Barbara – Uniwersytetu Jagiellońskiego
Liebmann Lajos – Károly Róbert Főiskola
Magda Róbert – Károly Róbert Főiskola
Noworol, Alexandr – Uniwersytetu Jagiellońskiego
Przygodzka, Renata – Uniwersytetu Jagiellońskiego
Réthy István – Károly Róbert Főiskola
Sadowski, Adam – University of Bialystok
Takács István – Károly Róbert Főiskola
Tamus Antalné – Károly Róbert Főiskola

Szerkesztőség
Károly Róbert Főiskola
3200 Gyöngyös Mátrai u. 36.
Kiadja a Károly Róbert Kutató-Oktató Közhasznú Non-profit Kft.
Jegyzetbolt

Felelős kiadó
Helgertné dr. Szabó Ilona, rektor

ISSN 2062-8269
Megjelent 130 példányban
2013

ELŐSZÓ

Tisztelettel köszöntöm a felsőoktatásban Matematikát, Fizikát és Informatikát Oktatók XXXVI. Konferenciája tudományos közleményének olvasóit.

Kiadványunk a Károly Róbert Főiskola tudományos közleményei különkiadása.

A Károly Róbert Főiskola és a Gazdaságmatematika és Informatika Tanszék oktatói megtiszteltetésnek vették, hogy 2012. évben megrendezhették a konferenciát és igyekeztek a hagyományoknak megfelelő keretet biztosítani a 35 éves múltra visszatekintő rendezvénynek. A MAFIOK konferencia 1976-óta évről évre lehetőséget ad a tanévkezdés előtt a felsőoktatásban oktatók és kutatók számára, hogy közlétegyék a matematika, fizika és informatika területén elért legújabb kutatási eredményeiket, oktatási tapasztalataikat. A konferencia főbb témakörei:

- a korszerű fizika tanítás és tanulás új útjai és távlatai
- oktatásfejlesztés a matematika, informatika tárgyakban,
- a meglévő oktatási potenciál hatékonyabb kihasználása,
- számítógépes rendszerek a felsőoktatásban,
- a felsőoktatás alapozó tárgyainak oktatás-módszertani problémái,
- kutatási, fejlesztési eredmények,
- mesterképzésbe való bekapcsolódás gondjai és tapasztalatai.

A konferencia 2012. augusztus 27 – 29. között került megrendezésre Gyöngyösön, amelyet több mint hetven oktató tisztelt meg jelenlétével. Az első napon három plenáris előadást hallottunk, míg a második és harmadik napon közel 60 szekció előadás hangzott el. A konferencia DVD-jén nyomon követhető a teljes rendezvény, talán négy előadás kivételével.

A lektorált tanulmányokat a Károly Róbert Főiskola Acta Carolus Robertus tudományos kiadványkötetének jelen különszámában tesszük közzé és reméljük, hogy a kiadvány olvasása hasznos ötletekkel szolgál mind az oktatás és kutatás, mind a jövő évi konferenciára való felkészülés területén.

A konferencia szervezéséhez nyújtott szervezési és szakmai segítségért köszönetet mondunk az országos programbizottságnak, a matematika, fizika, informatika területek témafelelőseinek. Köszönjük a Főiskola vezetésének a rendezvény folyamatos támogatását, a Mátrai Erőmű ZRt.-nek mint fő szponzorunknak a pénzügyi és szakmai támogatást és a szervező bizottság tagjainak a színvonalas megrendezéshez nyújtott lelkes munkáját.

Dr. Tóth Zoltán
a szervezőbizottság elnöke

TARTALOMJEGYZÉK

Matematika szekció.....	9
Debrenti Edith Radiagramok alkalmazása a valószínűség-számítás tanítása során.....	11
Gambár Katalin Gondolatok a Lagrange-függvények egyenértékűségéről.....	19
Kovács István Béla Kompletten pozitív leképezések és R. V. Kadison egy sejtése.....	25
Horváth Gábor Roots of Unity and Additive Representation Functions.....	35
Körtesi Péter Az integrálszámítás oktatásáról.....	43
Fizika szekció.....	51
Nyitrati László Android fizika, android matematika.....	53
Horváth Miklós – Kiss Endre – Kenyeres Krisztina A Mérnöki Fizika online oktatása a Dunaújvárosi Főiskolán.....	61
Márkus Ferenc A hőtranszport dinamikájának változása a méret függvényében.....	69
Rácz Ervin A nukleáris energiatermelés jövőbeli lehetőségei.....	77
Sebestyén Dorottya Fizikus útikalauz Milánótól Firenzéig.....	83
Hudoba György Csodálatos mágnesgolyók.....	89
Informatika szekció.....	97
Takács Viktor László – Bubnó Katalin Önkiszolgáló üzleti intelligencia rendszerek oktatási tapasztalatai.....	99
Ambrusné Somogyi Kornélia – Gyöngyné Maros Judit Számítógéppel segített tervezés oktatása az Óbudai Egyetem Rejtő Sándor Karán.....	105

Kormány Eszter Szabad szoftverek és közösségi oldalak a Vállalati információs rendszerek oktatásában	113
Radványi Tibor Adatbiztonság az RFID alkalmazásokor	121
Subecz Zoltán Szövegosztályozási módszerek a WEKA adatbányászati szoftver segítségével.	129
Szommer Károly Webes adatbányászat	137
Kovács Endre Az iPad oktatási lehetőségei	143
Módszertan szekció	153
Ambrusné Somogyi Kornélia E-learning a felsőoktatásban – didaktikai lehetőségek a felnőttképzésben.....	155
Berecz Antónia – Seres György Az e-tanítási-tanulási modellek.....	163
Borbás László Az új média a felsőoktatásban – az új média alkalmazásának sajátosságai a pedagógusképzésben.....	171
Baranyai Tünde-Klára Matematika tanítása előkészítő osztályban	177
Kollár Judit Felzárkóztató kurzus a gazdasági matematika oktatásban	181
Csákány Anikó Mit tudnak az elsőéves műegyetemi hallgatók a vektorokról?	189
Kiss László Bizonyos gráfelméleti algoritmusok tanítása elegánsan	197
Kiss László A szállítási feladat tanítása elegánsan	205

Statisztika szekció.....	213
Ország Gáborné – Szobonya Réka Migration Actualities of the Students of Budapest Business School Graduated Between 2007 and 2010 Placing Emphasis on the Differences in Development of the Country’s Regions	215
Ország Gáborné – Szobonya Réka Completion Efficiency and its Influencing Factors of Statistics I. Compulsory Course	223
H. Horváth Zsuzsanna Műszeres színmérési eredmények matematikai értékelése	229
Szerzők jegyzéke.....	239

MATEMATIKA SZEKCIÓ



FADIAGRAMOK ALKALMAZÁSA A VALÓSZÍNŰSÉG-SZÁMÍTÁS TANÍTÁSA SORÁN

DEBRENTI EDITH

Összefoglalás

A világról szerzett információink nagy részét a szemünk segítségével fogadjuk be, a vizualitásnak nagy szerepe van az életünkben. Így a tárgyi és képi reprezentációknak fontos szerepe van a tanulási folyamatban, a szemléletes oktatás segít a fogalmak mélyebb megértésében, ezt számos pszichológiai kutatás is bizonyítja. Az emberek jobban emlékeznek egy fogalom vizuális aspektusaira, mint az analitikus szempontokra.

A nemzetközi matematikadidaktikai szakirodalomban erősödik az a felfogás, hogy a vizuális reprezentációkat a felsőfokú oktatásban is alkalmazni kell, ezzel is segítve a megértést.

A klasszikus valószínűség-számítás tanítása során jól használhatók a fadiagramok, melyek főleg többlépcsős kísérleteknél, sokkal áttekinthetőbbek, jól észrevehető, látható rajtuk az összes kimenetel.

Egy gyökértől kiindulva különböző utakat rajzolunk az egymást kizáró eredményekkel, amelyek a kísérlet első lépcsőjében fellépnek, és ellátjuk a megfelelő valószínűségekkel. Onnan a további lépcsők következnek. Jól szemléltethető fadiagrammal a teljes valószínűség tétele és a Bayes-tétel is. Az előadásban a valószínűség-számítás tanítása során észlelt tapasztalataimról is szó esik.

Kulcsszavak: valószínűségi számítás, matematikaoktatás, reprezentációk, fadiagramok, döntési fák

Using of the tree diagrams in teaching of the probability theory

Abstract

We collect the most part of the information from the world around us with the help of our eyes. Our visual ability plays an important role in man's life. Thus the visual and symbolic representations are of great help in learning. The use of visual aids in the process of teaching leads to a better understanding of the concepts. The same fact has been proved by many psychological experiments, too.

In teaching the probability theory we can use with great success the tree diagrams which, mainly in the case of multilevel experiments, can give us a much clearer view of the problem, they are easy to look over or grasp their view and can show us an overall representation of the case. Starting from the same root, we can draw different ramifications which can be marked with their appropriate value of probability. Hence the next stages continue. The total probability's theorem and Bayes' theorem can be clearly represented on a tree diagram.

In my lecture I shall also deal with the experiences I had in teaching the probability theory.

Keywords: probability theory, teaching of the mathematics, representations, tree diagrams, decision trees

Bevezetés

A gazdalkodási és közgazdasági alap- és mesterszakok tanterveiben számos matematikai tárgy szerepel, többek közt a valószínűség-számítás is. A modern tudományos eredmények között számtalan olyan törvényszerűség van, amely valószínűségi összefüggéseken alapszik, az atomelmélet, a statisztikus fizika, a modern biológia, a genetika, szociológia területén nincs komoly előrelépés statisztikus és valószínűségi fogalmak nélkül. „A modern tudomány felfedezte, hogy az ún. valószínűségi szemléletmód magyarázza meg helyesen a bennünket körülvevő világegyetem alapvető jelenségeit és az élővilágban lezajló folyamatok nagy részét is ez írja le jól.” (Kosztolányi *et al.*, 2007).

„A valószínűségi és korrelatív gondolkodás a pszichológiában is viszonylag újabb kutatási területek közé tartozik. Az elmúlt évszázadok tudományos világképét a mechanikus, az előre eldöntött, kiszámítható, determinisztikus szemlélet dominálta, e század természettudományos eredményei viszont nagyobb részben a véletlenszerű jelenségekhez, a bizonytalanságban fellelhető szabályszerűségekhez kapcsolódnak.” (Csapó, 1998)

Piaget szerint a véletlenszerűség fogalmát ugyanúgy tanulnunk kell, mint sok más gondolkodási elemet. (Piaget, 1975)

„Azt tapasztaltam, hogy a valószínűség-számítás matematikai elméletében való elmélyedéshez és annak eredményes felhasználásához nem elegendő (bár persze nélkülözhetetlen) a matematikai elmélet a célnak megfelelő mértékben való megértése és megtanulása: emellett szükséges a valószínűség-számítás sajátos gondolkodásmódjának elsajátítása is.” (Rényi, 1973) Rényi szerint két dolog szükséges ehhez: az egyik a konkrét alkalmazásokkal való közelebbi megismerkedés, valamint az elvi kérdések alapos megértése.

Reprezentációk

„A matematika műveléséhez, matematikai gondolkodáshoz és kommunikációhoz valamilyen módon reprezentálnunk kell a matematikai struktúrák elemeit. A kommunikáció külső reprezentációt kíván nyelvi eszközök, írott szimbólumok, ábrák, tárgyak formájában.” (Lesh, Post és Behr, 1987) A külső reprezentációk lehetnek: tárgyi (materiális), képi (vizuális) és szimbólikus (beszélt nyelv, írott nyelv, szimbólumok).

Ahhoz, hogy egy matematikai fogalomról gondolkodjunk, annak belső (mentális) reprezentációjára van szükség, hogy agyunk operálni tudjon ezen reprezentációkkal. A külső reprezentációval szemben a belső reprezentáció nem hozzáférhető, közvetlenül nem kutatható. A kognitív pszichológia kutatóinak két hipotézise van a reprezentációkkal kapcsolatban: 1) Létezik kapcsolat egy fogalom külső és belső reprezentációi között. A belső reprezentációkra, azok minőségére a külső reprezentációkkal végzett manipulációkból következtethetünk.

2) A belső reprezentációk kapcsolatban állnak egymással, egy hálózatot alkotnak, ez a matematikai fogalmak, elvek kapcsolatát, összefüggéseit jelenti. A köztük lévő kapcsolat szimulálható a megfelelő külső reprezentációk közötti kapcsolatok kiépítésével, létrehozásával. (Ambrus, 2000) „A külső matematikai reprezentációk, például az ábrák, a szöveges meghatározások befolyásolják a belső reprezentáció természetét. a kapcsolat fordíva is igaz: az a mód, ahogy egy tanuló tudását megjeleníti, külsőleg reprezentálja, az feltár valamit abból, ahogy ő belsőleg reprezentálta az információt. (Dobi, 1998)

A külső reprezentációk közül a szimbolikus fejezi ki legtömörebben és legabsztraktabban az adott elvet, fogalmat. Viszont a tárgyi és a képi reprezentációk segítségével a tanulók jobban megértik a fogalom, az elv lényegét, jelentőségét, értelmes lesz számukra (sensemaking). A konkrét, vizuális reprezentációhoz való visszatérés segítheti a megértést. Az emberek jobban emlékeznek egy fogalom vizuális aspektusaira, mint az analitikus szempontokra, mert az emlékezet jobban tud operálni képekkel, mint szavakkal. (Ambrus, 2000) A háromféle külső reprezentáció spirálszerű használata lenne célszerű az oktatásban. Sikereesebb a tanulási folyamat, ha különböző kognitív módszerekre támaszkodik, ha integrálja a verbális, elemző és vizuális tevékenységeket. Dienes Zoltán a *többszörös megtestesítés elvének* nevezi és ezalatt azt érti, hogy egy absztrakt fogalom megértéséhez szükséges annak többféle konkrét reprezentációja és a velük való manipulációk birtoklása. (Dienes, 1973)

A vizuális reprezentáció gyakran segít egy probléma felfogásában, megértésében. A vizuális reprezentációk használatára tudatosan kell nevelni a tanulókat, sok gyakorlattal, türelemmel. A jó problémamegoldók éppen azzal tűnnek ki, hogy a feladatnak legjobban megfelelő reprezentációs módot választják ki, rugalmasan áttérnek algebrai feladatoknál a geometriai reprezentációra. (Ambrus, 2000)

„Konkrét és vizuális reprezentációk használata nem csak az ún. lassú tanulók, illetve az alsóbb osztályú tanulók számára szükségesek. E fajta reprezentációk fontosak minden tanuló számára és hasznosak a teljes tanulmányi folyamat során.” (Wittmann, 1998)

A hagyományos didaktikai felfogás szerint a vizuális és tárgyi reprezentációknak az alsóbb osztályokban van jelentősége, a felsőbb osztályokban a szimbolikus reprezentációknak kell dominálniuk. A nemzetközi matematikadidaktikai szakirodalomban erősödik az a felfogás, hogy a vizuális reprezentációkat a felsőbb osztályokban, sőt a felsőfokú oktatásban is alkalmazni kell. (Ambrus, 2000)

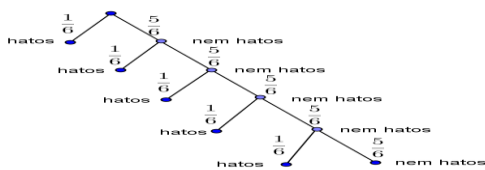
„Egyik fajta reprezentáció sem tudja kielégíteni egy probléma megoldásához, illetve egy szituáció kezeléséhez szükséges feltételeket, követelményeket. Általában többféle reprezentáció alkalmazása szükséges. a matematikai tevékenység sokkal hatékonyabb, ha a tanuló többféle reprezentációt párhuzamosan használ és összekapcsolja azokat. A matematika ereje a reprezentációktól független tulajdonságokban és a reprezentációk közötti kapcsolatokban rejlik.” (Dreyfus, Eisenberg, 1996)

Feladatok megoldása fadiagramok segítségével

1. Feladat: A „Ki nevet a végén?” nevű társasjátékban a játékba való belépés feltétele, hogy a dobókockával hatost dobjunk. Mennyi az esélye annak, hogy valakinek legkésőbb az ötödik körben sikerül hatost dobnia?

Megoldás: a teljes valószínűség tételét alkalmazzuk, összegezzük az összes esélyt arra, hogy az első 5 körben bekerülhessünk a játékba, azaz lecsúszunk minden ágán a gráfnak, amely hatoshoz vezet.

$$p(A) = \frac{1}{6} + \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} + \left(\frac{5}{6}\right)^2 \cdot \frac{1}{6} + \left(\frac{5}{6}\right)^3 \cdot \frac{1}{6} + \left(\frac{5}{6}\right)^4 \cdot \frac{1}{6} = 0,5981.$$

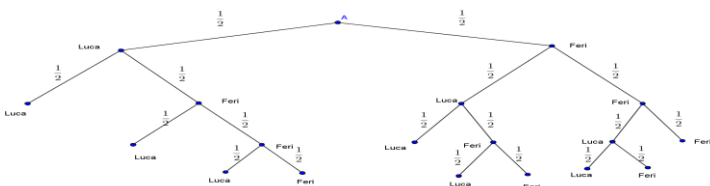


1.ábra: Az 1. feladat fadiagramja

Forrás: Saját szerkesztés

2.Feladat: Egy játék fordulóból áll, és aki a fordulót megnyeri, az kap egy pontot. Hogyan osztozkodjon két egyformán képzett játékos, Luca és Feri a játék tétjén a játék félbeszakadása esetén, ha tudjuk, hogy a játék megnyeréséhez Lucának 2 pontra, Ferinek pedig 3 pontra lenne szüksége? Játsszuk le pénzfeldobással a játék hiányzó fordulóit, és ebből becsüljük meg az osztozkodás arányát!

Megoldás: Legyen egy feldobás egy forduló, ha fej, akkor Luca nyer, ha írás, akkor pedig Feri. A játékot a továbbiakban a gráfon követjük nyomon, ahol azt vizsgáljuk meg, hogy mekkora valószínűséggel nyerné Luca a játékot, illetve mekkora valószínűséggel Feri. Minden fordulóban két lehetőség van, vagy Luca nyer vagy Feri. Minden pontból két elágazás van, a végpontokon látható annak a neve, aki nyer. Az élre ráírjuk annak valószínűségét, hogy az él kezdőpontjából az él végpontjába jutunk. Pénzfeldobás esetén egyenlők az esélyek, azaz mindkettő $\frac{1}{2}$ -ed valószínűséggel nyeri a fordulót. A gráf csak addig ábrázolja a játékot, amíg valamelyik játékos meg nem nyeri. Ha a fa gyökerétől az ágakon végigsétálva a fa leveléig összeszorozzuk az élre írt valószínűségeket, megkapjuk, hogy mekkora valószínűséggel nyer valaki (szorzási szabály).



2.ábra: A 2. feladat fadiagramja

Forrás: Saját szerkesztés

Számoljuk össze Luca nyerési esélyeit!

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 + 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{4} + 2 \cdot \frac{1}{8} + 3 \cdot \frac{1}{16} = \frac{11}{16}$$

Feri nyerési esélye: $\left(\frac{1}{2}\right)^3 + 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{5}{11}$.

A nyereményen tehát Luca és Feri 11:5 arányban kell osztozkodjon a játék félbeszakadása esetén.

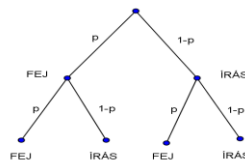
Megjegyzés: fontos, hogy a gráf bármelyik elágazásánál megjelenő két esemény (fejet vagy írást dobunk) teljes eseményrendszert alkot, ez azért fontos, hogy a fa ágai között ne legyenek átfedések. Az esélyek összegzése egy játékos esetén tulajdonképpen a teljes valószínűség tételének az alkalmazása alapján történt.

3.Feladat (Matlap 1012/4. szám): Egy pénzérmét úgy cinkelték meg, hogy a fej dobásának valószínűsége $\frac{1}{2}$ -nél kisebb legyen. Ha a pénzérmét kétszer egymás után feldobjuk, $\frac{1}{3}$ annak valószínűsége, hogy pontosan egy fej jelenjen meg. Mennyi a fej dobásának valószínűsége?

Megoldás: A fej dobásának valószínűségét nem ismerjük, ezért jelöljük p -vel. Így az írás dobásának esélye $1-p$.

$$p(\text{pontosan egy fej}) = p \cdot (1-p) + (1-p) \cdot p = 2 \cdot p \cdot (1-p) = \frac{1}{3}.$$

A másodfokú egyenlet megoldásai $p_1 = \frac{3+\sqrt{3}}{6} > \frac{1}{2}$, illetve $p_2 = \frac{3-\sqrt{3}}{6} \cong 0,2$. Tehát a fej dobásának valószínűsége 0,2.



3.ábra: A 3. feladat fadiagramja

Forrás: Saját szerkesztés

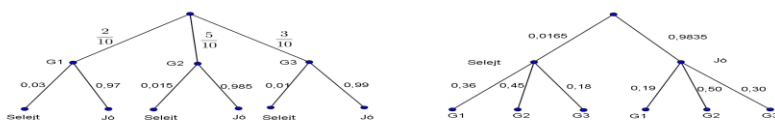
4. Feladat: Egy gyárban 10 gép ugyanazt az alkatrészt gyártja: 2 gép esetén a selejt 3%, 5 gépnél 1,5% és 3 gépnél 1%. Feltételezve, hogy bármelyik kész alkatrészt ugyanakkora valószínűséggel választhatjuk ki: a) mennyi az esélye, hogy selejtes darabot választunk? b) mennyi az esélye, hogy egy selejtes darabot éppen az első gépcsoport gyártotta (éppen az a két gép, melynél a selejt 3%)?

Megoldás: a) $p(S) = 0,2 \cdot 0,03 + 0,5 \cdot 0,015 + 0,3 \cdot 0,01 = 0,0165$,

a teljes valószínűség tételét alkalmaztuk, lecsúsztatva minden ágon a gráfnak, amely selejteshez vezet (szorzási szabály).

b) Ha az első gráfot fejreállítjuk, kapjuk a második gráfot, azaz a feladat adatait a selejtesség szempontjából nézzük és erre épül rá a gépek szerinti megoszlás. (Bayes-tételét szemléletesen tudjuk megjeleníteni gráfok segítségével.)

$$p(G_1 | S) = \frac{p(G_1) \cdot p(S|G_1)}{p(S)} = \frac{0,2 \cdot 0,03}{0,0165} = 0,36.$$



1.ábra: A 4. feladat fadiagramja

Forrás: Saját szerkesztés

Következtetések

A matematika minden ága felmerül a közgazdasági alkalmazások során. A döntéelméletben a döntési fa, mint kvantitatív módszer segíti a döntéshozót a választáshoz készülődve az alternatívák elemzésében és a lehetséges következmények értékelésében. (Zoltayné, 2005)

Az idei tanévben 48 elsőéves közgazdász hallgatónak egy féléves valószínűségelmélet tárgy keretében, előadásokon és a gyakorlatokon is fadiagramok segítségével tanítottam a tárgyat, ezek segítségével vizualizáltuk az adatokat, a gráfon reprezentáltuk a klasszikus valószínűségelmélet alapösszefüggéseit (a szorzási szabályt, a teljes valószínűség tételét, Bayes-tételét, események függőségét, illetve függetlenségét, stb.)

Az évvégi teszt során összefüggésvizsgálatot készítettem, tíz megoldandó feladat során azt mértem, hogy a hallgató hány feladat megoldásánál használ gráfot, illetve hogy ez hogyan függ össze a hallgató százalékos teljesítményével e teszt esetén. A vizsgált mennyiségek közötti Person-féle korrelációs együttható $r = 0,4311$. Ez az érték egy mérsékelt szoros kapcsolatra utal. (A hallgatók fadiagram-alkalmazási gyakorisága és az általuk kapott jegy közötti korreláció $r = 0,4451$, a jegy alakulását 20%-ban határozza meg, hogy használt vagy sem gráfot a megoldás során.)

Saját tapasztalatom, ha kontrollcsoportként a tavalyi hallgatóimat tekintem, hogy a megértésben sokat segítettek a gráfok, a hangsúly nem a gépies, rutinszerű alkalmazásokon volt, hanem a megértésen, az önálló gondolkodáson. A korrelációs együttható jól jellemzi azt, hogy mennyire szorosan függenek össze a teszteredmények és az, hogy a hallgatók milyen gyakorisággal használták a gráfokat egy problémamegoldás során:

a hallgatók 91,66%-a legalább egy feladat esetén alkalmazott fadiagramot, közel 29,16% pedig legalább háromszor alkalmazott gráfot.

Ha változatossá szeretnénk tenni módszereinket, a fadiagram olyan módszer, eszköz, mely segíti a tanárt abban, hogy érdekesebbé tegye a matematikaórárt, hol önállóan, hol együttműködve lehet újabb és újabb tapasztalatokat szerezni, alkalmazásuk lehetővé teszi az adatok, a feladatok jobb átláthatóságát, fejlődik a tanulók problémamegoldó képessége, elősegíti a diák aktív részvételét a tanórán.

Hivatkozott források:

- Ambrus A. (2000): Az integráció elve a matematika tanításában, A Matematika Tanítása, VIII. évfolyam, 2000 március, 6-13.
 Csapó B. (szerk.) (1998): Az iskolai tudás, Osiris Kiadó, Budapest, 1998, 170.
 Dienes Z. (1973): Építsük fel a matematikát!, Gondolat Kiadó, Budapest, 1973

- Dobi J. (1998): Megtanult és megértett matematikatudás. In : Csapó Benő: Az iskolai tudás, Osiris Kiadó, Budapest, 1998, 23., 29
- Dreyfus, T. - Eisenberg, T. (1996): Different sides of mathematical thinking, In: *The nature of mathematical thinking*, (eds. Stenberg, R.J.) Lawrence Erlbaum Mahwah, 1996.
- Kosztolányi J. - Kovács I. - Pintér K. - Urbán J. - Vincze I. (2007): Sokszínű matematika 10, Mozaik Kiadó Szeged, 2007, 229.
- Lesh, R., Post, T., Behr, M. (1987): Representations and translations among representations in mathematics learning and problem solving. In: Janvier, C. (szerk): *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics*. Lawrence Erlbaum, Hillsdale, NJ. , 1987, 33-40.
- Piaget, J. - Inhelder, B. (1975): *The Origin of the Idea of Chance in Children*, Routledge& Kegan Paul, London, 1975.
- Rényi A. (1973): *Ars Mathematica*, Magvető Könyvkiadó, Budapest, 1973, 318.
- Zoltayné Paprika Z. (2005): *Döntéelmélet*, Alinea Kiadó, Budapest, 2005, 524.
- Wittmann, E. Ch. (1998): Standar Number Representations, In: *Journal für Didaktik der Mathematik*, 1998, 19(2-3), 149-178.

Szerző:

Debrenti Edith, PhD

egyetemi adjunktus

Partiumi Keresztény Egyetem Nagyvárad, Közgazdasági Kar (Partium Christian University Oradea, Faculty of Economic Sciences) Oradea str. Primariei nr. 36 Romania
edit.debrenti@gmail.com

GONDOLATOK A LAGRANGE-FÜGGVÉNYEK EGYENÉRTÉKŰSÉGÉRŐL

GAMBÁR KATALIN

Összefoglalás

A leg-gel kezdődő jelzőkkel ellátott fogalmak általában felkeltik érdeklődésünket. A variációszámítás alkalmas a fizika különböző diszciplínáinak egységesítésére, akár klasszikus mechanikáról, elektrodinamikáról vagy modern térelméletekről van szó. Az egyes diszciplínák alapegyenletei valamilyen variációs elv következményeiként származtathatók. Alapvető fizikai mennyiségekből meg lehet konstruálni egy olyan mennyiséget – a hatást – amelynek a megváltozása az elképzelt fizikai folyamatok közül ott a legkisebb, amely folyamat ténylegesen megvalósul. A hatás felírásához szükséges függvényt Lagrange-függvénynek, a legkisebb hatás elvét Hamilton-elvnek, az ebből származtatható mozgásegyenleteket Euler-Lagrange egyenleteknek, és az egész kiépíthető formalizmust Hamilton-Lagrange formalizmusnak szoktuk nevezni. Egy adott rendszerhez több megfelelő Lagrange-függvényt is megadhatunk, amely visszaadja Euler-Lagrange egyenletként a mozgásegyenletet. De vajon ezek a Lagrange-függvények egyenértékűek-e egymással? Melyek a leginkább alkalmasak, ha a teljes formalizmus kihasználása célunk? A nem-relativisztikus szabad részecske mozgásának leírásához vegyünk négy olyan Lagrange-sűrűségfüggvényt, amelyek mindegyikéből származtatható variációs elvből a Schrödinger-egyenlet. Az adott Lagrange-függvényekhez felírhatjuk a megfelelő Hamilton-függvényeket. Tudjuk, hogy egy, a rendszerhez tartozó fizikai mennyiség időbeli változását úgy is megkaphatjuk, ha vesszük a Hamilton-függvénnyel a Poisson-zárójeles kifejezését. Megvizsgálva a megadott négy esetre ezeket a kifejezéseket, azt az eredményt kapjuk, hogy csak két esetben nyerjük a kívánt egyenletet. Ebből arra következtethetünk, hogy a megadott Lagrange-függvények közül a teljes és ellentmondásmentes elmélet kiépítéséhez nem minden Lagrange-függvény megfelelő, amelyekből variációval származtatható a mozgásegyenlet. Tehát a Lagrange-függvény megfelelő voltának szükséges feltétele, hogy a Hamilton-elvből lezármaztatott Euler-Lagrange egyenlet az adott probléma egyenlete legyen, de ez nem elegendő feltétel a teljes és ellentmondásmentes elmélet kidolgozásához és alkalmazásához.

Kulcsszavak: *Hamilton-elv, Lagrange-függvény, Hamilton-függvény, Euler-Lagrange differenciálegyenletek, Hamilton-egyenletek, Poisson-zárójel*

Bevezetés

Legszebb, legjobb, legfontosabb, legújabb, legrégebb, legnagyobb, legkisebb; ezekre a szavakra leginkább felkapjuk a fejünket. Ezek között vannak olyanok, amelyek objektíven mérhető mennyiségekre vonatkoznak. Például a síkban két pontot összekötő folytonos görbék mindegyikének megfelel egy-egy hosszúság, amelyet egy pozitív valós számmal jellemezünk. A legkisebb hosszúságot a két pontot összekötő egyenes szakaszon mérjük. A variációszámítás segítségével oldhatjuk meg a következő feladatot: adott felületen elhelyezkedő, annak két pontját összekötő görbék közül melyik hosszúsága minimális, vagyis legkisebb. A variációszámítás alkalmas a fizika különböző diszciplínáinak egységesítésére, akár klasszikus mechanikáról, elektrodinamikáról vagy modern térelméletekről van szó. Az egyes diszciplínák alapegyenletei egy variációs elv következményeiként származtathatók. Alapvető fizikai mennyiségekből meg lehet adni egy olyan mennyiséget – a hatást – amelynek a megváltozása az elképzelt fizikai

folyamatok közül ott a legkisebb, amely folyamat ténylegesen megvalósul. Ez olyan megdöbbentően hangzik, hogy a XVIII.-XIX. században olykor az isteni beavatkozás példajaként emlegették. Tény, hogy a legkisebb hatás elve, melynek alapjai a klasszikus mechanikában alakultak ki, az elemi kölcsönhatások kvantum-térelméletétől a kozmikus törvényekig érvényes. A variációszámítással és a fizikában alkalmazásával a XVIII. századtól kezdődően nagyon sokan foglalkoztak. Három tudóst szeretnék megemlíteni, akik ezen a területen kiemelkedő *leg*-ek, és akiknek a nevét viselik a témában legfontosabb alapfogalmak; Leonard Euler (1707-1783), Joseph Louis Lagrange (1736-1813), Rowan William Hamilton (1805-1865). A hatás felírásához szükséges függvényt Lagrange-függvénynek, a legkisebb hatás elvét Hamilton-elvnek, az ebből származtatható mozgásegyenleteket Euler-Lagrange-egyenleteknek, amelyek egyenértékűek az ún. Hamilton-egyenletekkel, és az egész kiépíthető formalizmust Hamilton-Lagrange formalizmusnak szoktuk nevezni (Simonyi, 1986).

Paul Dirac szerint a szépségre való törekvés a természetleírásban nem üres játék, hanem hatékony tényező a tudomány előrehaladásában. A fizika legfontosabb mozgástörvényei differenciálegyenletekben fogalmazódnak meg. Ezek többsége származtatható a legkisebb hatás elvéből. Tudjuk, hogy azoknál az elméleteknél, ahol a Hamilton-elv megfogalmazható és a Hamilton-Lagrange formalizmus kiépíthető nemcsak az elmélet 'esztétikája' megkapó, hanem a továbblépési illetve vizsgálódási lehetőségek is nagyobbak.

A hatás

Ahhoz, hogy a Hamilton-elvet az elmélet alapelveinek tekintsük, meg kell adnunk a Lagrange-függvényt, amelynek időszerinti integrálja adja a hatást. Folytonos közegek (fizikai terek) szabadsági fokainak száma végtelen. Leírásuk ezért pontról pontra, pillanatról pillanatra történik. A geometriai tér egy adott pontjához és adott időpillanathoz matematikai mennyiségeket (termennyiségeket) rendelünk. Ezen mennyiségek időbeli fejlődésének leírására szolgálnak a téregyenletek (mozgásegyenletek). Általában két alaplépésben lehet az ilyen végtelen szabadsági fokú rendszerekhez megkonstruálni a hatást: a termennyiségekből elő kell állítani a Lagrange-sűrűségfüggvényt figyelembe véve a leírt rendszer tulajdonságait; a Lagrange-sűrűségfüggvénynek a tér és az idő minden pontjában felvett értékét integrálva megkapjuk a hatást.

$$S = \int_{t_1}^{t_2} L dV dt \quad (1)$$

$$L = L(\psi, \dot{\psi}, \nabla\psi) \quad (2)$$

Amennyiben a Lagrange-függvény csak egy Ψ fizikai mennyiségtől és annak idő szerinti és hely szerinti deriváltjaitól függ, akkor a variálás elvégzése után kapjuk az Euler-Lagrange egyenletet, amely leírja a kérdéses mennyiség térbeli és időbeli változását. (Morse *et al.*, 1953; Gambár, 2005)

$$\delta S = \delta \int_{t_1}^{t_2} L dV dt \quad (3)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \psi} - \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial L}{\partial \dot{\psi}} - \nabla \frac{\partial L}{\partial \nabla \psi} = 0 \quad (4)$$

Általában mondhatjuk, hogy ha az L Lagrange-függvényben egy A lineáris operátor hat a ψ függvényre, akkor a $\tilde{A} \frac{\partial L}{\partial (A\psi)}$ kifejezés jelenik meg az Euler-Lagrange egyenletben, ahol \tilde{A} az A operátor adjungáltja. Soroljuk fel a fizikában leggyakoribb operátor-adjungált párokat:

$$A = \frac{\partial}{\partial t} \longrightarrow \tilde{A} = -\frac{\partial}{\partial t} \quad (5)$$

$$A = \text{grad} (= \nabla) \longrightarrow \tilde{A} = -\text{grad} (= -\nabla) \quad (6)$$

$$A = \frac{\partial^2}{\partial t^2} \longrightarrow \tilde{A} = \frac{\partial^2}{\partial t^2} \quad (7)$$

$$A = \Delta \longrightarrow \tilde{A} = \Delta \quad (8)$$

Ha az $A = \tilde{A}$ egyenlőség teljesül, úgy önadjungált operátorról beszélünk (Gambár, 2002; Gambár, 2008; Gambár *et al.*, 1991; Márkus, 2011; Morse, *et al.*, 1953). Amennyiben tehát ismerjük egy mennyiség változását leíró mozgásegyenletet (differenciálegyenletet) könnyedén tudunk Lagrange-függvényt konstruálni.

A Schrödinger egyenlet lehetséges Lagrange-függvényei

Brown és Holland (Brown *et al.*, 2004) cikkében figyeltem fel a következő Lagrange-függvényekre, amelyekből a nem-relativisztikus szabad részecske mozgásegyenlete, a Schrödinger-egyenlet származtatható a variációs-elv segítségével. A cikk állítása szerint ezek a Lagrange függvények ekvivalensek. Ez inspirált arra, hogy mélyebben átgondoljam

$$L_1 = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla \psi^* \nabla \psi + \frac{i\hbar}{2} (\psi^* \dot{\psi} - \dot{\psi}^* \psi) \quad (9)$$

$$L_2 = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla \psi^* \nabla \psi - i\hbar \dot{\psi}^* \psi \quad (10)$$

$$L_3 = \frac{\hbar^2}{2m} \psi \Delta \psi^* + \frac{i\hbar}{2} (\psi^* \dot{\psi} - \dot{\psi}^* \psi) \quad (11)$$

$$L_4 = \frac{\hbar^2}{2m} \psi \Delta \psi^* - i\hbar \dot{\psi}^* \psi \quad (12)$$

ahol ψ^* a ψ hullámfüggvény komplex konjugáltja. A Hamilton-elvből származtatva egyenként az Euler-Lagrange-egyenleteket mind a négy esetben a Schrödinger-egyenleteket adják

$$i\hbar\dot{\psi} = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\psi \quad (13)$$

$$i\hbar\dot{\psi}^* = \frac{\hbar^2}{2m}\Delta\psi^* \quad (14)$$

1. A kérdés az, hogy vajon ezek a Lagrange-függvények tényleg egyenértékűek-e egymással? Melyek a leginkább alkalmasak, ha a teljes formalizmus felépítése és kihasználása a célunk?
2. Keressünk a feltett kérdésekre választ a formalizmus egyértelműségére figyelve.

Kanonikus alakok

A Lagrange-függvény ismeretében bevezethető a változó mennyiséghez kanonikusan konjugált momentum (impulzus), ezt az általános variálás elvégzése után tudjuk leolvasni. Esetünkben

$$p = \frac{\partial L}{\partial \dot{\psi}} \quad (15)$$

$$p^* = \frac{\partial L}{\partial \dot{\psi}^*} \quad (16)$$

Ekkor felírhatjuk a részecske Hamilton-függvényét (amely a Lagrange-függvény Legendre-transzformáltja)

$$H = p\dot{\psi} + p^*\dot{\psi}^* - L \quad (17)$$

Érdeemes definiálni két mennyiség Poisson-zárójeles kifejezését, mert belátható, hogy a rendszer Hamilton-függvényével vett Poisson-zárójeles kifejezése az adott mennyiséggel éppen annak időbeli változását adja meg (Gambár, 2002; Gambár *et al.*, 2008; Vázquez *et al.*, 1996; Morse *et al.*, 1953)

$$[F, H] = \frac{\delta F}{\delta \psi} \frac{\delta H}{\delta p} - \frac{\delta F}{\delta p} \frac{\delta H}{\delta \psi} \quad (18)$$

$$\dot{F} = [F, H] \quad (19)$$

Esetünkben:

$$\dot{\psi} = [\psi, H] \quad (20)$$

$$\dot{p} = [p, H] \quad (21)$$

$$\dot{\psi}^* = [\psi^*, H] \quad (22)$$

$$\dot{p}^* = [p^*, H] \quad (23)$$

kapjuk a kanonikus egyenleteket, a Hamilton egyenleteket, melyek fizikai és matematikai értelemben is teljesen egyenértékűek az Euler-Lagrange-egyenletekkel egy adott rendszer esetén. A kanonikus egyenletek azonban szimmetriájuknál fogva számos problémánál előnyösebben alkalmazhatók.

Sorra véve a (9-12)-ben megadott Lagrange-függvényeket, mindegyikhez felírva a momentumokat, a Hamilton-függvényeket, majd kiszámolva a Poisson-zárójeles kifejezéseket a következő egyenleteket kapjuk:

L_1 esetében:

$$\dot{\psi} = -\frac{\hbar}{im} \Delta\psi \quad (24)$$

$$\dot{\psi}^* = \frac{\hbar}{im} \Delta\psi^* \quad (25)$$

L_2 esetében:

$$\dot{\psi} = -\frac{\hbar}{2im} \Delta\psi \quad (26)$$

$$\dot{\psi}^* = \frac{\hbar}{2im} \Delta\psi^* \quad (27)$$

L_3 esetében :

$$\dot{\psi} = -\frac{\hbar}{im} \Delta\psi \quad (28)$$

$$\dot{\psi}^* = \frac{\hbar}{im} \Delta\psi^* \quad (29)$$

L_4 esetében:

$$\dot{\psi} = -\frac{\hbar}{2im} \Delta\psi \quad (30)$$

$$\dot{\psi}^* = \frac{\hbar}{2im} \Delta\psi^* \quad (31)$$

A helyes egyenletek, amelyeket minden esetben meg kellene kapnunk az (13-14)-ben szereplő egyenletek. Látható, hogy ez csak (26-27) és (30-31) esetén teljesül, míg a (24-25) és (28-29) esetén hiányzik a 2 a nevezőből. Így csak az L_2 és az L_4 Lagrange-függvények helyesek, azaz alkalmazhatók az elméleti számításokhoz.

Ebből arra következtethetünk, hogy a megadott Lagrange-függvények közül a teljes és ellentmondásmentes elmélet kiépítéséhez nem minden Lagrange-függvény megfelelő, amelyekből variációval származtatható a mozgásegyenlet. Tehát a Lagrange-függvény megfelelő voltának szükséges feltétele, hogy a Hamilton-elvből leszarmaztatott Euler-Lagrange-egyenlet az adott probléma egyenlete legyen, de ez nem elegendő feltétel a teljes és ellentmondásmentes elmélet kidolgozásához és alkalmazásához. Így e tekintetben ezek a Lagrange-függvények nem ekvivalensek.

Hivatkozott források:

- Brown H. R. - Holland P. (2004): Am. J. Phys. 72, 34.
Gambár K. - Márkus F. - Nyíri B. (1991): J. Non-Equilib. Thermodyn. 16, 217.
Gambár K. (2002): Tanulmány a disszipatív folyamatokról (Pályamunka az MTA főtitkára által meghirdetett pályázatra)
Gambár K. (2005): Least Action Principle for Dissipative Processes, Variational and Extremum Principles in Macroscopic Systems (pp. 245-266), (Elsevier, Amsterdam)
Gambár K. (2008): Reports on Mathematical Physics 62, 219.
Márkus F. (2011): Can a Lorentz invariant equation describe thermal energy propagation problems? (in Heat Conduction – Basic research, ed: V. S. Vikhrenko) (InTech, Rijeka)
Morse P. H. - Feshbach H. (1953): Methods of Theoretical Physics (McGraw-Hill, New York).
Vázquez F. – del Rio J. A. – Gambár K. – Márkus F. (1996): J. Non-Equilib. Thermodyn. 21, 357.
Simonyi K. (1986): A fizika kultúrtörténete (Gondolat, Budapest)

Szerző:

Gambár Katalin, PhD.

főiskolai tanár

Gábor Dénes Főiskola, Alap- és Műszaki Tudományi Intézet

H-1119 Budapest, Méternök u. 39.

gambar@gdf.hu

KOMPLETTEEN POZITÍV LEKÉPEZÉSEK ÉS R. V. KADISON EGY SEJTÉSE

KOVÁCS ISTVÁN BÉLA

Összefoglalás

Múlt évben az operátor tér és a teljesen korlátos leképezés fogalmát jártuk körül, azaz azt vizsgáltuk, hogyan adható meg alkalmas norma sorozat egy lineáris tér vektoraiból alkotott négyzetes mátrixokon. Ez évben egy C^* -algebra elemeiből alkotott mátrixok kvantálásával foglalkozunk. Ha A egy C^* -algebra és $M^n(A)$ az olyan $n \times n$ -es mátrixok tere, amelyek elemei A -ból valók, akkor $M^n(A)$ is természetes módon C^* -algebra, pozitív elemekkel. Definiáljuk C^* -algebrák teljesen pozitív leképezéseit és bemutatunk néhány példát. Megvizsgáljuk a pozitívítás, teljesen pozitív tulajdonság, valamint a komplett korlátosság viszonyát, majd bemutatunk néhány a teljesen pozitív leképezésekre vonatkozó tételt. Végül néhány, az operátor tér struktúrából származó többlet információt kihasználó tétel segítségével két ekvivalens megfogalmazását ismertetjük Kadison egyik, a C^* -algebrák algebra homomorfizmusaira vonatkozó sejtésének.

Kulcsszavak: C^* -algebra, teljesen pozitív operátor, deriváció

Completely positive maps and a conjecture of Kadison's

Abstract

Last year we have introduced operator spaces and completely bounded maps, that is we investigated how can a sequence of norms be defined on matrices constructed from the vectors of a linear space. This year we quantize matrices with entries from a C^* -algebra. If A is a C^* -algebra then $M^n(A)$ is again a C^* -algebra in a natural way, with positive elements. We define the completely positive maps of C^* -algebras and list some examples. We inspect the relationship between complete positivity and complete boundedness and quote further theorems on completely positive maps. Finally, with the help of some theorems using the extra information encoded in the operator space structure we show two equivalent forms of Kadison's conjecture on bounded algebra homomorphisms of C^* -algebras.

Key words: C^* -algebra, completely positive operator, derivation

Bevezetés

Múlt évben bevezettük az operátor tér fogalmát

$$X \text{ Banach tér; } A \in M_n(X), \quad A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

Adjuk meg norma sorozatot $M_n(X)$ -en, $n = 2, 3, \dots$, hogy teljesítse

$$\|T \oplus S\| = \left\| \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & B \end{bmatrix} \right\| \max\{\|A\|, \|B\|\}$$

és

$$\|\alpha \cdot T \cdot \beta\| \leq \|\alpha\| \cdot \|T\| \cdot \|\beta\| \quad \text{axiómákat, ahol}$$

$A \in M_n(X)$, $B \in M_m(X)$ és $\alpha \in M_{m,n}(C)$, $\beta \in M_{n,m}(C)$. Ekkor $(A, \|\cdot\|_n)$ absztrakt operátor tér. Legyen H Hilbert tér, $B(H)$ korlátos operátorok tere, $M_k(B(H)) = B(H^k)$ természetesen normált. $(B(H), \|\cdot\|_n)$ konkrét operátor tér.

Leképezések: $(X, \|\cdot\|_n)$, $(Y, \|\cdot\|_n)$ absztrakt operátor terek. $\Phi : X \rightarrow Y$ lineáris operátor.

$$\Phi_n : M_n(X) \rightarrow M_n(Y)$$

$$\Phi_n : \begin{bmatrix} x_{11} & \dots & x_{1n} \\ \cdot & & \cdot \\ \cdot & & \cdot \\ x_{n1} & \dots & x_{nn} \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} \Phi(x_{11}) & \dots & \Phi(x_{1n}) \\ \cdot & & \cdot \\ \cdot & & \cdot \\ \Phi(x_{n1}) & \dots & \Phi(x_{nn}) \end{bmatrix}$$

Φ az operátor normákra nézve teljesen korlátos, cb, ha $\sup\|\Phi_n\| < \infty$. Ilyenkor $\|\Phi\|_{cb} = \sup\|\Phi_n\|$ valódi normát a Φ cb normájának nevezzük. $(CB(X,Y), \|\cdot\|_n)$ Banach tér, ha Y teljes. $(CB(X,Y), \|\cdot\|_n)$ általában nem zárt $(B(X,Y), \|\cdot\|)$ -ban. Φ komplett izometria, ha Φ^n izometrikus minden indexre.

Pozitív elemek C^* -algebrában. A egy C^* -algebra, ha Banach algebra, azaz $(A, \|\cdot\|)$ teljes algebra és teljesül $\|ab\| \leq \|a\| \cdot \|b\|$ minden A -beli a, b elempárra. Involutórikus, azaz adott

$*$: $A \rightarrow A$ konjugált lineáris leképezés, hogy $(ab)^* = b^*a^*$ és $a^{**} = a$, továbbá $\|a^*a\| = \|a\|^2$.

Megjegyzés: Ilyenkor $\|a^*\| = \|a\|$ teljesül. A következőkben csak egység elemes C^* -algebrákkal foglalkozunk.

$a \in A$ pozitív, $a \geq 0$, ha $a = a^*$ és $\sigma(a) \subset \mathbb{R}^+$. Ekvivalensen: $a \geq 0$ pontosan akkor, ha $a = bb^*$ valamely $b \in A$ -ra.

Reprezentációk $\pi : A \rightarrow B(H)$ *-izomorfizmus, ha algebra izomorfizmus és $\pi(a^*) = \pi(a)^*$.

π rendezés tartó: ha $a = bb^*$, akkor $\pi(a) = \pi(b) \cdot \pi(b^*) \geq 0$.

Tétel Minden C^* -algebra reprezentálható $B(H)$ -ban.

A pozitív elemek újabb jellemzése: $a \geq 0$ pontosan akkor, ha $\langle ah, h \rangle \geq 0$ minden $h \in H$ -ra.

Dekompozíció: Ha $a \in A$, akkor $a = b + ic$, ahol b és c önadjungáltak. Továbbá $a = b^+ - b^- + i(c^+ - c^-)$, azaz bármely elem felírható 4 pozitív elem kombinációjaként.

C^* -algebrák mint operátor terek. Legyen A egy C^* -algebra, $\pi : A \rightarrow B(H)$ *-izomorfizmus

akkor $\pi_n : M_n(A) \rightarrow M_n(B(H)) = B(H^n)$ is *-izomorfizmus, tehát $M_n(A)$ -n definiálható norma, mellyel $M_n(A)$ C^* -algebra.

Tétel: (B. Aupetit) Egység elemes C^* -algebra normája egyértelmű ($\|e\| = 1$).

$M_n(A)$ pontosan egy normával C^* -algebra, $(A, \|\cdot\|_n)$ konkrét operátor tér.

Kompletten pozitív leképezések

Legyenek A és B C^* -algebrák, $\Phi : A \rightarrow B$ lineáris operátor. Jelentse $\Phi_n : M_n(A) \rightarrow M_n(B)$ azt a leképezést, amelyet $\Phi_n \left(\begin{bmatrix} a_{ij} \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} \Phi(a_{ij}) \end{bmatrix}$ definiál. Φ pozitív, ha

A pozitív elemeit B pozitív elemeire képezi. Φ teljesen pozitív, ha $\Phi_n \geq 0$ minden n -re.

Például egy $\pi : A \rightarrow B$ *-homomorfizmus teljesen pozitív.

Lemma: $M_n(A)$ pozitív elemei felírhatók legfeljebb n darab

$$\begin{bmatrix} a_1^* a_1 & a_1^* a_2 & \dots & a_1^* a_n \\ a_2^* a_1 & a_2^* a_2 & \dots & a_2^* a_n \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ a_n^* a_1 & a_n^* a_2 & \dots & a_n^* a_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1^* & 0 & \dots & 0 \\ a_2^* & 0 & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ a_n^* & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & \dots & a_n \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \\
 = A^* A \geq 0$$

alakú mátrix összegeként. Most már $\Phi_n \left([a_i^* \cdot a_j]_{ij} \right) = [\Phi(a_i)^* \cdot \Phi(a_j)]_{ij} \geq 0$.

A komplett korlátosság és komplett pozitívítás viszonya

Tétel: (Russo – Dye) A, B egység elemes C^* -algebrák, $\Phi : A \rightarrow B$ pozitív leképezés.

Ekkor: $\|\Phi\| = \|\Phi(e)\|$.

Mivel $M_n(A)$ egység eleme $\begin{bmatrix} e & & & \\ & e & & \\ & & \dots & \\ & & & e \end{bmatrix}$, és

$$\left\| \Phi_n \left(\begin{bmatrix} e & & & \\ & e & & \\ & & \dots & \\ & & & e \end{bmatrix} \right) \right\| = \left\| \begin{bmatrix} \Phi(e) & & & \\ & \Phi(e) & & \\ & & \dots & \\ & & & \Phi(e) \end{bmatrix} \right\| = \|\Phi(e)\| = \|\Phi\|,$$

ezért $\|\Phi\|_{cb} = \|\Phi\|$.

Példák

3. Schur szorzat

Legyen $a = [a_{ij}]_{ij} \in M_n$, $b = [b_{ij}]_{ij} \in M_n$. Schur szorzatuk $a * b = [a_{ij} \cdot b_{ij}]_{ij} \in M_n$.

Rögzített $a \in M_n$ indukálja $S_a : M_n \rightarrow M_n$ leképezést $S_a b = a * b$ által.

Tétel: $a \in M_n$ következő tulajdonságai ekvivalensek:

- a) a pozitív M_n -ben
- b) $S_a : M_n \rightarrow M_n$ pozitív operátor
- c) $S_a : M_n \rightarrow M_n$ teljesen pozitív

4. Tétel: Legyen A C^* -algebra és $f \in A^*$. Ha f pozitív akkor teljesen pozitív.

5. Tétel: Ha V operátor tér, és $\Phi: V \rightarrow C(X)$ korlátos operátor, akkor $\|\Phi\|_{cb} = \|\Phi\|$.

Ha V C^* -algebra és Φ pozitív, akkor Φ kompletten pozitív.

6. Tétel: (Stinespring) Ha B C^* -algebra és $\Phi: C(X) \rightarrow B$ pozitív, akkor Φ kompletten pozitív.

7. Tétel: (Choi) Ha B C^* -algebra, $\Phi: M_n \rightarrow B$ lineáris leképezés, továbbá E_{ij} mátrixegységek M_n -ben, akkor a következő tulajdonságok ekvivalensek:

a) Φ kompletten pozitív

b) Φ_n pozitív

c) $\Phi_n \left(\begin{bmatrix} E_{ij} & \\ & \end{bmatrix} \right) = \left[\Phi(E_{ij}) \right]_{ij}$ pozitív $M_n(B)$ -ben.

8. Egy pozitív leképezés, ami nem kompletten pozitív. A transzponálás, $t: B(l_2) \rightarrow B(l_2)$ pozitív, de mivel nem kompletten korlátos, így nem lehet kompletten pozitív sem.

Konkrétan: $t: M_2 \rightarrow M_2$, $t: \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$ pozitív leképezés, hiszen ha

$AA^H \geq 0$ M_2 -ben, akkor $t(AA^H) = (A^H)^t A^t = \overline{A} \cdot (\overline{A})^H \geq 0$. Azonban t nem 2-pozitív:

$$A = \begin{bmatrix} E_{11} & E_{12} \\ E_{21} & E_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \text{ mátrixra}$$

$$t_2(A) = \begin{bmatrix} E_{11} & E_{21} \\ E_{12} & E_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \end{bmatrix}, \text{ és}$$

$$[0, -1, 1, 0] \cdot t_2(A) \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = -2 < 0$$

Arveson kiterjesztési tétele

Definíció: (E. Effros) A C^* -algebra. $S \subset A$ operátor rendszer, ha $e \in S$ és S önadjungált altere A -nak.

Arveson kiterjesztési tétele : Legyen A C^* -algebra, S pedig operátor rendszer A -ban.

Legyen továbbá $\Phi : S \rightarrow B(H)$ egy kompletten pozitív operátor. Ekkor Φ -nek létezik kompletten pozitív kiterjesztése A -ra.

Következmény: (Arveson) Legyen A C^* -algebra, $e \in M$ lineáris altere A -nak. Legyen továbbá $\Phi : M \rightarrow B(H)$ komplett kontrakció (azaz $\|\Phi\|_{cb} \leq 1$) amely megőrzi az egység elemet. Ekkor Φ -nek létezik kompletten pozitív kiterjesztése A -ra.

Lemma: $\Psi : M + M^* \rightarrow B(H)$, $\Psi(a + b^*) = \Phi(a) + \Phi(b)^*$ a Φ jól definiált egyértelmű kiterjesztése $M + M^*$ -ra.

Tehát $e \in M + M^*$ operátor rendszer, amelyre Φ -nek a lemma szerint van kompletten pozitív kiterjesztése.

Egy alkalmazás, McAsey – Muhly tétele : Legyen A a felső háromszög mátrixok algebrája M_n -ben, E_{ij} pedig a mátrixegységek. Bármely algebra homomorfizmus $\pi : A \rightarrow B(H)$ amely teljesíti a $\|\pi(E_{ij})\| \leq 1$ feltételeket kompletten kontraktív.

Legyen ugyanis $\Phi(E_{ij}) = \pi(E_{ij})$, ha $i \leq j$, és $\Phi(E_{ij}) = \pi(E_{ji})^*$, ha $j \leq i$.

A bizonyítás azt mutatja meg, hogy Φ kompletten pozitív. $\pi(E_{ii})$ ortogonális projekciók, összegük I . Ekkor $\|\Phi_m\| = \|\Phi_m(I_{m \cdot n})\| = \|I_{H^m}\| = 1$.

Wittstock Tételei

Lemma: Legyenek A és B C^* -algebrák, jelölje e mindkettő egység elemét! Legyen továbbá V operátor tér A -ban (altér) és $\varphi: V \rightarrow B$ lineáris leképezés. Definiáljuk $S \subset M_2(A)$ operátor rendszert

$$S = \left\{ \begin{bmatrix} \lambda e & a \\ b & \mu e \end{bmatrix} : \lambda, \mu \in \mathbb{C} \text{ és } a, b \in V \right\} \text{ által.}$$

Tekintsük $\Phi: S \rightarrow M_2(B)$

$$\Phi: \begin{bmatrix} \lambda e & a \\ b & \mu e \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} \lambda e & \varphi(a) \\ \varphi(b)^* & \mu e \end{bmatrix} \text{ leképezést.}$$

Ha φ komplett kontrakció, akkor Φ kompletten pozitív.

Wittstock kiterjesztési tétele: Legyen V az A C^* -algebra altére és legyen $\varphi: V \rightarrow B(H)$ kompletten korlátos. Ekkor létezik φ -nek olyan olyan $\Phi: A \rightarrow B(H)$ kiterjesztése, hogy $\|\varphi\|_{cb} = \|\Phi\|_{cb}$.

Lemma: A C^* -algebra, $\varphi: A \rightarrow B(H)$ kompletten korlátos. Ekkor léteznek φ_1 és $\varphi_2: A \rightarrow B(H)$ kompletten korlátos leképezések úgy, hogy $\|\varphi_1\|_{cb} = \|\varphi_2\|_{cb} = \|\varphi\|_{cb}$, és

$$\Phi: M_2(A) \rightarrow B(H^2)$$

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} \varphi_1(a) & \varphi(b) \\ \varphi(c^*)^* & \varphi_2(d) \end{bmatrix} \text{ kompletten pozitív.}$$

Ha φ komplett kontrakció, akkor

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} I_H & \varphi(b) \\ \varphi(c^*)^* & I_H \end{bmatrix} \text{ kompletten pozitív.}$$

Következmény 1: A Stinespring reprezentációs tétel egy változata: Legyen A C^* -algebra, $\varphi: A \rightarrow B(H)$ kompletten korlátos. Ekkor létezik K Hilbert tér és egy $\pi: A \rightarrow B(K)$ reprezentáció (*-homomorfizmus), továbbá $V_1, V_2: H \rightarrow K$ operátorok, melyekkel $\|\varphi\|_{cb} = \|V_1\|_1 \cdot \|V_2\|_2$, és $\varphi(a) = V_1^* \cdot \pi(a) \cdot V_2$. Ha továbbá $\|\varphi\|_{cb} = 1$, akkor V_1, V_2 választható izometriának.

Következmény 2: Wittstock felbontási tétele: Legyen A C^* -algebra, $\varphi : A \rightarrow B(H)$ kompletten korlátos. Ekkor létezik $\psi : A \rightarrow B(H)$, hogy $\|\psi\|_{cb} \leq \|\varphi\|_{cb}$, továbbá $\psi \pm \operatorname{Re} \varphi$ és $\psi \pm \operatorname{Im} \varphi$ mind pozitív operátorok.

Ilyenkor $2\varphi = (\psi + \operatorname{Re} \varphi) - (\psi - \operatorname{Re} \varphi) + i[(\psi + \operatorname{Im} \varphi) - (\psi - \operatorname{Im} \varphi)]$ előáll négy pozitív operátor lineáris kombinációjaként.

Sejtések ekvivalenciája

Kadison egyik sejtése: Legyen A C^* -algebra. Ha $\varphi : A \rightarrow B(H)$ egység elemes korlátos algebra homomorfizmus, akkor φ hasonló egy $*$ -homomorfizmushoz.

Lemma: A operátor algebra, $\rho : A \rightarrow B(H)$ egység elemes, kompletten korlátos algebra homomorfizmus. Ekkor létezik K Hilbert tér és $S : H \rightarrow K$ invertálható operátor, valamint $\pi : A \rightarrow B(K)$ kompletten kontraktív algebra homomorfizmus, hogy

$$\pi(\cdot) = S \cdot \rho(\cdot) \cdot S^{-1} \quad \text{és} \quad \|\rho\|_{cb} = \|S\| \cdot \|S^{-1}\|.$$

Ilyenkor $\|\rho\|_{cb} = \min \{ \|R\| \cdot \|R^{-1}\| : \pi(\cdot) = R \cdot \rho(\cdot) \cdot R^{-1} \}$

Haagerup tétele: Legyen A C^* -algebra, $\rho : A \rightarrow B(H)$ korlátos, egység elemes algebra homomorfizmus. Ekkor ρ hasonló egy $*$ -homomorfizmushoz pontosan akkor, ha ρ kompletten korlátos.

Tehát Kadison sejtése pontosan azon C^* -algebrákra igaz, amelyek algebra homomorfizmusai kompletten korlátosak.

Derivációk: Legyen A C^* -algebra. Egy $\delta : A \rightarrow B(H)$ lineáris leképezés deriváció, ha $\delta(ab) = \pi(a) \cdot \delta(b) + \delta(a) \cdot \pi(b)$

valamely $\pi : A \rightarrow B(H)$ $*$ -homomorfizmussal. Ringrose (1972) tétele szerint a derivációk korlátosak.

Rögzítsük $x \in B(H)$ -t! Legyen $\delta(a) = \pi(a) \cdot x - x \cdot \pi(a)$. Az így definiált δ deriváció.

Az ilyen derivációkat belső derivációknak nevezzük. Vannak-e nem belső derivációk?

Tekintsük a $\rho : A \rightarrow B(H \oplus H)$, $\rho(a) = \begin{bmatrix} \pi(a) & \delta(a) \\ 0 & \pi(a) \end{bmatrix}$ leképezést!

Egyszerűen kiszámolható, hogy ρ algebra homomorfizmus pontosan akkor, ha δ deriváció.

Lemma: δ belső deriváció pontosan akkor, ha ρ hasonló egy *-homomorfizmushoz.

Következmény, Christensen tétele: Ha $\delta: A \rightarrow B(H)$ deriváció $\pi: A \rightarrow B(H)$ egység elemes *-homomorfizmussal, akkor δ belső deriváció pontosan akkor, ha ρ teljesen korlátos (pontosan akkor ha δ teljesen korlátos).

Ha A C^* -algebrára igaz Kadison sejtése, és δ deriváció, akkor ρ korlátos algebra homomorfizmus, tehát teljesen korlátos. Christensen tétele szerint ekkor δ belső deriváció.

Kirchberg tétele (1996): Ha A C^* -algebra minden derivációja belső, akkor A korlátos homomorfizmusai hasonlóak egy *-homomorfizmushoz (és így teljesen korlátosak).

Tehát Kadison sejtése pontosan azokra a C^* -algebrákra igaz, amelyek minden derivációja belső.

Hivatkozott források:

Vern P.(2002) : Completely Bounded Maps and Operator Algebras. Cambridge Studies in Advanced Mathematics 78, Cambridge University Press, Cambridge

Szerző:

Kovács István Béla, PhD

docens

BGF-PSZK, Módszertani Tanszéki Osztály

kovacs.istvan@pszfb.bgf.hu

ROOTS OF UNITY AND ADDITIVE REPRESENTATION FUNCTIONS

HORVÁTH GÁBOR

Abstract

Let A be an infinite, strictly increasing sequence of non-negative integers, and for $n \in \mathbb{N}$, let

$$R^*(n) = \left| \left\{ (k;l) \mid a_k + a_l = n, a_k \in A, a_l \in A, a_k \leq a_l \right\} \right|.$$

It is known (Horváth [2007]) that $1 \leq R^*(n) \leq 2$ cannot hold from a point on. We will prove this result by using roots of unity, without integral.

Keywords: root of unity, sequence, additive representation function.

Egységgyökök és additív reprezentáció függvények

Összefoglalás

Legyen A nemnegatív egészeknek egy végtelen, szigorúan növekedő sorozata, és $n \in \mathbb{N}$ esetén legyen

$$R^*(n) = \left| \left\{ (k;l) \mid a_k + a_l = n, a_k \in A, a_l \in A, a_k \leq a_l \right\} \right|.$$

Ismert (Horváth [2007]), hogy nem lehet valahonnan kezdve $1 \leq R^*(n) \leq 2$. Ezt az eredményt egységgyökök használatával, integrál nélkül fogjuk bizonyítani.

Kulcsszavak: egységgyök, sorozat, additív reprezentáció-függvény.

1. Introduction

If n is a positive integer, then a complex number z is called an n th root of unity if $z^n = 1$. A complex number is called a root of unity if it is an n th root of unity for some positive integer n . Let M be an arbitrary positive integer, and for $k \in \mathbb{N}$, let

$$e\left(\frac{k}{M}\right) = e^{\frac{2\pi ik}{M}}, \quad (1)$$

which is an M th root of unity.

Furthermore, let A be an infinite, strictly increasing sequence of non-negative integers, and for $n \in \mathbb{N}$, let

$$R^*(n) = \left| \left\{ (k;l) \mid a_k + a_l = n, a_k \in A, a_l \in A, a_k \leq a_l \right\} \right|, \quad (2)$$

$$R(n) = \left| \left\{ (k;l) \mid a_k + a_l = n, a_k \in A, a_l \in A \right\} \right|, \quad (3)$$

which are called representation functions of the sequence A . It is shown (Horváth [2007]), that if $d > 0$ is an integer, then

$$d \leq R^*(n) \leq d + \left[\sqrt{2d} + \frac{1}{2} \right]$$

cannot hold for $n > n_0$. For $d = 1$, we get the following statement:

THEOREM. *It is impossible that*

$$1 \leq R^*(n) \leq 2 \text{ for } n \geq n_0. (4)$$

The proof of this result in [1] contains integrals, but now we will prove it by sums involving roots of unity instead of integrals.

2. A lemma

LEMMA. *If $l \in \square$, then*

$$\sum_{k=0}^{M-1} e\left(\frac{kl}{M}\right) = \begin{cases} 0 & \text{if } M \text{ is not a divisor of } l, \\ M & \text{if } M \mid l. \end{cases}$$

Proof of the lemma. If M is a divisor of l , then every term in the sum is equal to 1. If M is not a divisor of l , then by (1),

$$\sum_{k=0}^{M-1} e\left(\frac{kl}{M}\right) = \sum_{k=0}^{M-1} e^{\frac{2\pi ikl}{M}} = \sum_{k=0}^{M-1} \left(e^{\frac{2\pi il}{M}} \right)^k = \frac{1 - \left(e^{\frac{2\pi il}{M}} \right)^M}{1 - e^{\frac{2\pi il}{M}}} = \frac{1 - e^{2\pi il}}{1 - e^{\frac{2\pi il}{M}}} = 0.$$

3. Proof of the theorem

By indirect argument, let us suppose that (4) holds for some positive integer n_0 . For $|z| < 1$, let

$$F(z) = \sum_{a \in \mathbf{A}} z^a \tag{5}$$

be the generating function of the sequence \mathbf{A} , then by (3),

$$F^2(z) = \left(\sum_{a_k \in \mathbf{A}} z^{a_k} \right) \left(\sum_{a_l \in \mathbf{A}} z^{a_l} \right) = \sum_{n=0}^{\infty} R(n) z^n. \tag{6}$$

Let M and N be ‘‘large’’ positive integers, and let

$$r = 1 - \frac{1}{N}. \tag{7}$$

For $\lambda \in \square$, let us consider the inequality

$$\left(\left| F^2(z) - \lambda \frac{1}{1-z} - F(r^2) \right| \right)^2 \geq 0. \tag{8}$$

Setting $z = re\left(\frac{k}{M}\right)$ in (8) for $k = 0, 1, \dots, M-1$, and adding these expressions, (in view of (5) and (8)) we have

$$\sum_{k=0}^{M-1} \left(\left| \left(\sum_{a \in A} r^a e\left(\frac{ka}{M}\right) \right)^2 - \lambda \frac{1}{1-re\left(\frac{k}{M}\right)} - \sum_{a \in A} r^{2a} \right| \right)^2 \geq 0. \tag{9}$$

By appropriating choice of M , N and λ , we will deduce a contradiction from (9). Taking the square, (9) can be written in the form

$$\begin{aligned} \sum_{k=0}^{M-1} \left| \left(\sum_{a \in A} r^a e\left(\frac{ka}{M}\right) \right)^2 - \lambda \frac{1}{1-re\left(\frac{k}{M}\right)} \right|^2 - 2 \left(\sum_{a \in A} r^{2a} \right) \sum_{k=0}^{M-1} \left| \left(\sum_{a \in A} r^a e\left(\frac{ka}{M}\right) \right)^2 - \lambda \frac{1}{1-re\left(\frac{k}{M}\right)} \right| \\ + \sum_{k=0}^{M-1} \left(\sum_{a \in A} r^{2a} \right)^2 \geq 0. \end{aligned} \tag{10}$$

Since

$$\frac{1}{1-re\left(\frac{k}{M}\right)} = \frac{1}{1-z} = \sum_{n=0}^{\infty} z^n = \sum_{n=0}^{\infty} r^n e\left(\frac{kn}{M}\right),$$

therefore by (6) and (10),

$$\begin{aligned} \sum_{k=0}^{M-1} \left| \sum_{n=0}^{\infty} (R(n) - \lambda) r^n e\left(\frac{kn}{M}\right) \right|^2 - 2 \left(\sum_{a \in A} r^{2a} \right) \sum_{k=0}^{M-1} \left| \left(\sum_{a \in A} r^a e\left(\frac{ka}{M}\right) \right)^2 - \lambda \frac{1}{1-re\left(\frac{k}{M}\right)} \right| \\ + M \sum_{n=0}^{\infty} R(n) r^{2n} \geq 0, \end{aligned}$$

that is, by the triangle inequality,

$$\begin{aligned} \sum_{k=0}^{M-1} \left(\sum_{n=0}^{\infty} (R(n) - \lambda) r^n e\left(\frac{kn}{M}\right) \right) \left(\sum_{n'=0}^{\infty} (R(n') - \lambda) r^{n'} e\left(-\frac{kn'}{M}\right) \right) + M \sum_{n=0}^{\infty} R(n) r^{2n} \\ \geq 2 \left(\sum_{a \in A} r^{2a} \right) \left(\sum_{k=0}^{M-1} \left| \left(\sum_{a \in A} r^a e\left(\frac{ka}{M}\right) \right)^2 - \sum_{k=0}^{M-1} \lambda \frac{1}{1-re\left(\frac{k}{M}\right)} \right| \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= 2 \left(\sum_{a \in A} r^{2a} \right) \sum_{k=0}^{M-1} \left(\sum_{a \in A} r^a e \left(\frac{ka}{M} \right) \right) \left(\sum_{a' \in A} r^{a'} e \left(-\frac{ka'}{M} \right) \right) - 2 \left(\sum_{a \in A} r^{2a} \right) |\lambda| \sum_{k=0}^{M-1} \frac{1}{\left| 1 - re \left(\frac{k}{M} \right) \right|} \\
 &\quad . \tag{11}
 \end{aligned}$$

By changing the order of summations,

$$\sum_{k=0}^{M-1} \left(\sum_{a \in A} r^a e \left(\frac{ka}{M} \right) \right) \left(\sum_{a' \in A} r^{a'} e \left(-\frac{ka'}{M} \right) \right) = \sum_{a \in A} \sum_{a' \in A} r^{a+a'} \sum_{k=0}^{M-1} e \left(\frac{k(a-a')}{M} \right), \tag{12}$$

where the most inner sum, by the lemma, is 0 or M , thus

$$\sum_{a \in A} \sum_{a' \in A} r^{a+a'} \sum_{k=0}^{M-1} e \left(\frac{k(a-a')}{M} \right) \geq M \sum_{a \in A} r^{2a}. \tag{13}$$

Furthermore (applying the lemma),

$$\begin{aligned}
 &\sum_{k=0}^{M-1} \left(\sum_{n=0}^{\infty} (R(n) - \lambda) r^n e \left(\frac{kn}{M} \right) \right) \left(\sum_{n'=0}^{\infty} (R(n') - \lambda) r^{n'} e \left(-\frac{kn'}{M} \right) \right) \\
 &= \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{n'=0}^{\infty} (R(n) - \lambda) (R(n') - \lambda) r^{n+n'} \sum_{k=0}^{M-1} e \left(\frac{k(n-n')}{M} \right) \\
 &= M \sum_{n=0}^{\infty} (R(n) - \lambda)^2 r^{2n} + M \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{\substack{n'=0 \\ n \neq n'}}^{\infty} (R(n) - \lambda) (R(n') - \lambda) r^{n+n'}. \tag{14}
 \end{aligned}$$

By the indirect assumption, there exists a positive number c that $R^*(n) \leq c$, so

$R(n) \leq 2R^*(n) \leq 2c$, therefore

$$\begin{aligned}
 &M \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{\substack{n'=0 \\ n \neq n'}}^{\infty} (R(n) - \lambda) (R(n') - \lambda) r^{n+n'} \leq M (2c + |\lambda|)^2 \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{\substack{n'=0 \\ n \neq n'}}^{\infty} r^{n+n'} \\
 &= 2M (2c + |\lambda|)^2 \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{t=1}^{\infty} r^{2n+tM} = 2M (2c + |\lambda|)^2 \sum_{n=0}^{\infty} r^{2n} \sum_{t=1}^{\infty} (r^M)^t \\
 &= 2M (2c + |\lambda|)^2 \frac{1}{1-r^2} r^M \frac{1}{1-r^M}. \tag{15}
 \end{aligned}$$

Thus by (11)-(15),

$$\begin{aligned}
 &M \sum_{n=0}^{\infty} (R(n) - \lambda)^2 r^{2n} + 2M (2c + |\lambda|)^2 \frac{1}{1-r^2} \frac{r^M}{1-r^M} + M \sum_{n=0}^{\infty} R(n) r^{2n} \\
 &\geq 2M \left(\sum_{a \in A} r^{2a} \right)^2 - 2 \left(\sum_{a \in A} r^{2a} \right) |\lambda| \sum_{k=0}^{M-1} \frac{1}{\left| 1 - re \left(\frac{k}{M} \right) \right|}. \tag{16}
 \end{aligned}$$

Since

$$\begin{aligned}
 \left|1-re\left(\frac{k}{M}\right)\right|^2 &= \left(1-r\cos\frac{2\pi k}{M}\right)^2 + r^2\left(\sin\frac{2\pi k}{M}\right)^2 \\
 &= (1-r)^2 + 2r\left(1-\cos\frac{2\pi k}{M}\right) = (1-r)^2 + 4r\left(\sin\frac{\pi k}{M}\right)^2
 \end{aligned}$$

and $\sin\frac{\pi k}{M} \geq \frac{2}{\pi}\frac{\pi k}{M} = \frac{2k}{M}$ for $0 \leq \frac{\pi k}{M} \leq \frac{\pi}{2}$, therefore

$$\begin{aligned}
 \sum_{k=0}^{M-1} \frac{1}{\left|1-re\left(\frac{k}{M}\right)\right|} &\leq \sum_{k=\lfloor \frac{M}{2} \rfloor}^{\lfloor \frac{M}{2} \rfloor} \frac{1}{\left|1-re\left(\frac{k}{M}\right)\right|} \leq 2 \left(\sum_{k=0}^{\lfloor \frac{M}{N} \rfloor} \frac{1}{\left|1-re\left(\frac{k}{M}\right)\right|} + \sum_{k=\lfloor \frac{M}{N} \rfloor+1}^{\lfloor \frac{M}{2} \rfloor} \frac{1}{\left|1-re\left(\frac{k}{M}\right)\right|} \right) \\
 &\leq 2 \left(\sum_{k=0}^{\lfloor \frac{M}{N} \rfloor} \frac{1}{1-r} + \sum_{k=\lfloor \frac{M}{N} \rfloor+1}^{\lfloor \frac{M}{2} \rfloor} \frac{1}{2\sqrt{r}\left|\sin\frac{\pi k}{M}\right|} \right) \leq 2 \left(\frac{1}{1-r} \left(\lfloor \frac{M}{N} \rfloor + 1 \right) + \frac{1}{2\sqrt{r}} \sum_{k=\lfloor \frac{M}{N} \rfloor+1}^{\lfloor \frac{M}{2} \rfloor} \frac{M}{2k} \right) \\
 &= 2 \left(\frac{1}{1-r} \left(\lfloor \frac{M}{N} \rfloor + 1 \right) + \frac{M}{4\sqrt{r}} \sum_{k=\lfloor \frac{M}{N} \rfloor+1}^{\lfloor \frac{M}{2} \rfloor} \frac{1}{k} \right). \tag{17}
 \end{aligned}$$

Furthermore, since $e < \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+1}$ for $n = 1, 2, \dots$, and $\lfloor x \rfloor > \frac{x}{2}$ for $x \geq 1$, so if $M \geq N \geq 2$, then

$$\begin{aligned}
 \sum_{k=\lfloor \frac{M}{N} \rfloor+1}^{\lfloor \frac{M}{2} \rfloor} \frac{1}{k} &= \sum_{k=\lfloor \frac{M}{N} \rfloor+1}^{\lfloor \frac{M}{2} \rfloor} \frac{\ln e}{k} \leq \sum_{k=\lfloor \frac{M}{N} \rfloor+1}^{\lfloor \frac{M}{2} \rfloor} \frac{\ln\left(\left(1 + \frac{1}{k-1}\right)^k\right)}{k} = \sum_{k=\lfloor \frac{M}{N} \rfloor+1}^{\lfloor \frac{M}{2} \rfloor} \ln\left(1 + \frac{1}{k-1}\right) \\
 &= \sum_{k=\lfloor \frac{M}{N} \rfloor+1}^{\lfloor \frac{M}{2} \rfloor} (\ln k - \ln(k-1)) = \ln\left\lfloor \frac{M}{2} \right\rfloor - \ln\left\lfloor \frac{M}{N} \right\rfloor \leq \ln\frac{M}{2} - \ln\frac{M}{2N} = \ln N;
 \end{aligned}$$

and by (7), $r \geq \frac{1}{2}$ for $N \geq 2$, thus in view of (7) and (17) for $M \geq N \geq 2$,

$$\sum_{k=0}^{M-1} \frac{1}{\left|1-re\left(\frac{k}{M}\right)\right|} \leq 2 \left(N \frac{2M}{N} + \frac{M\sqrt{2}}{4} \ln N \right) \leq C_2 M \ln N, \tag{18}$$

where C_2 is a positive constant.

By (6), (7), (16) and (18),

$$M \sum_{n=0}^{\infty} (R(n) - \lambda)^2 r^{2n} + 2M(2c + |\lambda|)^2 N \frac{r^M}{1-r^M} + M \sum_{n=0}^{\infty} R(n) r^{2n}$$

$$\geq 2M \sum_{n=0}^{\infty} R(n)r^{2n} - 2\sqrt{\sum_{n=0}^{\infty} R(n)r^{2n}} |\lambda| C_2 M \ln N,$$

that is,

$$\sum_{n=0}^{\infty} (R(n) - \lambda)^2 r^{2n} + 2(2c + |\lambda|)^2 N \frac{r^M}{1 - r^M} \geq \sum_{n=0}^{\infty} R(n)r^{2n} - 2\sqrt{\sum_{n=0}^{\infty} R(n)r^{2n}} |\lambda| C_2 \ln N \quad (19)$$

If, for example, $M = N^2$ then by (7), $r^M = \left(1 - \frac{1}{N}\right)^M \leq \left(e^{-\frac{1}{N}}\right)^M = e^{-N} \rightarrow 0$ as

$N \rightarrow \infty$, and so $\frac{r^M}{1 - r^M} \rightarrow 0$ as $N \rightarrow \infty$. On the other hand, by (4) and (7),

$$\sum_{n=0}^{\infty} R(n)r^{2n} \geq \sum_{n=0}^{\infty} R^*(n)r^{2n} \geq \sum_{n=n_0}^{\infty} r^{2n} = r^{2n_0} \frac{1}{1 - r^2} \geq \frac{1}{2} r^{2n_0} N \geq \frac{1}{3} N \quad (20)$$

for all sufficiently large N . Thus by (19) and (20),

$$\sum_{n=0}^{\infty} (R(n) - \lambda)^2 r^{2n} \geq (1 - o(1)) \sum_{n=0}^{\infty} R(n)r^{2n}, \quad (21)$$

where $o(1)$ denotes a term which tends to 0 as $N \rightarrow \infty$.

Let λ be such a real number, for which $(2 - \lambda)^2 < 2$ and $(4 - \lambda)^2 < 4$ hold (that is, $2 < \lambda < 2 + \sqrt{2}$). By (2) and (3),

$$R(n) = \begin{cases} 2R^*(n) - 1 & \text{if } \frac{n}{2} \in \mathbf{A}, \\ 2R^*(n) & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (22)$$

Therefore, by (4), there exists $\varepsilon > 0$ such that ($\varepsilon < 1$ and) $(R(n) - \lambda)^2 \leq R(n) - \varepsilon$

if $n \geq n_0$ ($n \in \square$) and $\frac{n}{2} \notin \mathbf{A}$, and so by (4), (6), (7), (20) and (22),

$$\begin{aligned} \sum_{n=0}^{\infty} (R(n) - \lambda)^2 r^{2n} &\leq \sum_{n=0}^{n_0-1} (R(n) - \lambda)^2 + \sum_{n=n_0}^{\infty} (R(n) - \varepsilon) r^{2n} + \sum_{a \in \mathbf{A}} (R(2a) - \lambda)^2 r^{4a} \\ &\leq C_3 + \sum_{n=n_0}^{\infty} R(n)r^{2n} - \varepsilon \sum_{n=n_0}^{\infty} r^{2n} + (2c + \lambda)^2 \sum_{a \in \mathbf{A}} r^{2a} \\ &\leq C_3 + \sum_{n=0}^{\infty} R(n)r^{2n} - \frac{\varepsilon}{4} \sum_{n=0}^{\infty} R(n)r^{2n} + \frac{\varepsilon}{4} \sum_{n=0}^{n_0-1} R(n)r^{2n} + (2c + \lambda)^2 \sqrt{\sum_{n=0}^{\infty} R(n)r^{2n}} \\ &= \left(1 - \frac{\varepsilon}{4} + o(1)\right) \sum_{n=0}^{\infty} R(n)r^{2n}, \end{aligned} \quad (23)$$

where C_3 is a positive constant.

By (21) and (23), we get

$$(1 - o(1)) \sum_{n=0}^{\infty} R(n) r^{2n} \leq \left(1 - \frac{\varepsilon}{4} + o(1)\right) \sum_{n=0}^{\infty} R(n) r^{2n},$$

i.e., $1 - o(1) \leq 1 - \frac{\varepsilon}{4} + o(1)$, and this contradiction proves the theorem.

Reference

Horváth, G. (2007): On additive representation function of general sequences, *Acta Mathematica Hungarica* 115 (1-2), 169-175.

Author:

Gábor Horváth, PhD

Department of Mathematics, College of Dunaujváros
college lecturer

Táncsics M. u. 1/A, H-2401, Dunaujváros, Hungary

horvathg@mail.duf.hu

AZ INTEGRÁLSZÁMÍTÁS OKTATÁSÁRÓL

KÖRTESEI PÉTER

Összefoglalás

A határozott integrál értelmezése során különböző integrál-összegekkel találkozhatunk. Nyilvánvaló, hogy a határozott integrál pontosan akkor létezik, ha ezek az integrál-összegek konvergensek. Ez azt is jelenti, hogy ha egy határozott integrál létezik, mert pl. van primitív függvénye az adott intervallumon, vagy az intervallumon folytonos függvény integrálját tekintjük, akkor ez a határozott integrál egyben mindenfajta, sajátos formában felírt integrál-összegnek a határértéke is.

Kulcsszavak: integrálszámítás, integrál összegek, oktatás,

The education of the integral calculus

Abstract

While introducing the notion of definite integral one use different integral sums. By definition the definite integral exists exactly when the given sums converge. Once the definite integral exists (e.g. the given function has primitive or it is continuous on that interval) it will be the limit of all sums, even special form integral sums as well.

Keywords: integral calculus, integral sum, teaching

Elméleti háttér

Ha az f Riemann integrálható az elmélet szerint a $\sigma_{\Delta_n}(f, \xi_k^n)$ ([Denkinger, Gyúrkó 1999]) Riemann integrál összeg határértéke az $\int_a^b f(x)dx$, ahol Δ_n a felosztásokat, ξ_k^n az adott felosztásnak megfelelő intervallumhoz tartozó független változót jelöli.

Ha tehát adott egy integrálható $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ függvény és az $[a, b]$ intervallumnak egy egyenlőközű felosztása, mégpedig a $\frac{b-a}{n}$ hosszúságú részintervallumokra, akkor az $[a, b]$ intervallum osztópontjainak halmaza:

$$\left\{ a, a + \frac{b-a}{n}, a + 2 \frac{b-a}{n}, \dots, a + (n-1) \frac{b-a}{n}, a + n \frac{b-a}{n} \right\}$$

Ehhez képezzük a

$$\sum_{k=1}^n f\left(a + k \frac{b-a}{n}\right) \frac{b-a}{n}$$

integrálösszeget, ahol

$$f\left(a + k \frac{b-a}{n}\right)$$

rendre az f függvénynek az

$$\left[a + (k-1) \frac{b-a}{n}, a + k \frac{b-a}{n} \right]$$

részintervallumok jobboldali végpontjában felvett értékei, ekkor az előbbieket értelmében:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n f\left(a + k \frac{b-a}{n}\right) \frac{b-a}{n} = \int_a^b f(x) dx$$

s

Ha bizonyos összegek határértékének a kiszámítása a célunk, akkor már csak azt kell felismernünk, hogy milyen függvényhez és milyen intervallumhoz tartozó integrálösszeg írható fel.

1. Példa.

Számítsuk ki a következő összeg határértékét:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1 + \sqrt{2} + \sqrt{3} + \dots + \sqrt{n}}{n\sqrt{n}} \right)$$

Az adott összeg rendre átalakítható:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1 + \sqrt{2} + \sqrt{3} + \dots + \sqrt{n}}{n\sqrt{n}} \right) =$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1 + \sqrt{2} + \sqrt{3} + \dots + \sqrt{n}}{\sqrt{n}} \cdot \frac{1}{n} \right) =$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\left(\frac{1}{\sqrt{n}} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{n}} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{n}} + \dots + \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n}} \right) \cdot \frac{1}{n} \right) =$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\left(\sqrt{\frac{1}{n}} + \sqrt{\frac{2}{n}} + \sqrt{\frac{3}{n}} + \dots + \sqrt{\frac{n}{n}} \right) \cdot \frac{1}{n} \right) =$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n f\left(a + k \frac{1}{n}\right) \frac{1}{n}, \text{ ahol } f : [0,1] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \sqrt{x},$$

ez viszont egy integrálható függvény, és ismert, hogy:

$$\int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 \sqrt{x} dx = \frac{2}{3} x \sqrt{x} \Big|_0^1 = \frac{2}{3}$$

Tehát felírható:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1 + \sqrt{2} + \sqrt{3} + \dots + \sqrt{n}}{n\sqrt{n}} \right) = \int_0^1 \sqrt{x} dx = \frac{2}{3} x \sqrt{x} \Big|_0^1 = \frac{2}{3}$$

A vázolt módszer nyilván más módosításokkal is alkalmazható, pl. ha az integrál-összeget nem a részintervallumok felső, hanem az alsó végpontjában, vagy akár egy köztes pontjában (felezőpont) írjuk fel, vagy ha az intervallum felosztása nem n , hanem pl. $2n$, 2^n részre történik. Ezekben az esetekben a megfelelő módosítások után hasonlóan számítható ki az adott összegek határértéke.

2. Példa.

Számítsuk ki a következő összeg határértékét:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1 + \cos \frac{\pi}{2n} + \cos \frac{2\pi}{2n} + \dots + \cos \frac{(n-1)\pi}{2n}}{n} \right).$$

Az adott összeg rendre átalakítható:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1 + \cos \frac{\pi}{2n} + \cos \frac{2\pi}{2n} + \dots + \cos \frac{(n-1)\pi}{2n}}{n} \right) =$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\left(1 + \cos \frac{\pi}{2n} + \cos \frac{2\pi}{2n} + \dots + \cos \frac{(n-1)\pi}{2n} \right) \frac{1}{n} \right) =$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n f \left(0 + (k-1) \frac{\pi}{2n} \right) \frac{1}{n} \text{ ahol } f : \left[0, \frac{\pi}{2} \right] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \cos x,$$

ez viszont egy integrálható függvény, és ismert, hogy:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx = \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 1.$$

Tehát felírható:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1 + \cos \frac{\pi}{2n} + \cos \frac{2\pi}{2n} + \dots + \cos \frac{(n-1)\pi}{2n}}{n} \right) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx = \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 1.$$

Az elv alkalmazható a határozott integrál helyett például az improprius integrálok esetén is, bizonyos megszorításokkal. Elégséges például, ha az integrandusz függvény pozitív és monoton csökkenő lásd pl.: (Démidovitch *et al.*, 1968).

3. példa.

Számítsuk ki a következőösszeg határértékét:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\sqrt{n} + \sqrt{\frac{n}{2}} + \sqrt{\frac{n}{3}} + \dots + 1}{n} \right)$$

Az adott összeg rendre átalakítható:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\sqrt{n} + \sqrt{\frac{n}{2}} + \sqrt{\frac{n}{3}} + \dots + 1}{n} \right) =$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{n}}} + \frac{1}{\sqrt{\frac{2}{n}}} + \frac{1}{\sqrt{\frac{3}{n}}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{\frac{n}{n}}} \right) \frac{1}{n} =$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n f\left(a + k \frac{1}{n}\right) \frac{1}{n}$$

ahol

$$f : [0,1] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}},$$

ez viszont egy improprius integrálhoz vezet, és ismert, hogy

$$\int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}} dx = \lim_{a \rightarrow 0+0} \int_a^1 \frac{1}{\sqrt{x}} dx = \lim_{a \rightarrow 0+0} 2\sqrt{x} \Big|_a^1 = 2.$$

Tehát felírható:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\sqrt{\frac{1}{n}} + \sqrt{\frac{2}{n}} + \sqrt{\frac{3}{n}} + \dots + 1}{n} \right) = \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}} dx = \lim_{a \rightarrow 0+0} \int_a^1 \frac{1}{\sqrt{x}} dx = \lim_{a \rightarrow 0+0} 2\sqrt{x} \Big|_a^1 = 2$$

Bizonyos esetekben az adott összeg csak egy felsőkorlátját tudjuk meghatározni, de ez is fontos, hiszen a felülről korlátos pozitív tagú összegek egy monoton növekvő sorozatot alkotnak, tehát az összegek-sorozata (sor) monoton nő és felülről korlátos akkor konvergens a sorozat (a sor konvergens). Tehát ez a módszer alkalmas bizonyos sorok konvergenciájának a vizsgálatára is.

4. Példa.

Igazoljuk, hogy az

$$s_n = 1 + \frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{n\sqrt{n}}$$

egy konvergens sor részösszege (Draghicescu et al., 1976).

Az adott sor felülről korlátozható az $\int_1^{\infty} \frac{1}{x\sqrt{x}} dx$ improprius integrál egy lehetséges integrál összegének határértékével, csak például elengedjük azt a kikötést, hogy a részintervallumok hossza csökkenő kell, hogy legyen.

Felírhatjuk:

$$s_n \leq 1 + \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{n\sqrt{n}} \right) \leq 1 + \int_1^{\infty} \frac{1}{x\sqrt{x}} dx = 3,$$

mivel az $[1, \infty)$ intervallum egy lehetséges felosztása az $\{1, 2, 3, \dots, n, \dots\}$, és ekkor a részintervallumok hossza 1, ez ugyan nem csökken a 0-hoz, de alkalmas arra, hogy alulról korlátozza az integrál értékét. Tehát maga az összeg is határértékben az adott improprius integrálnak egy alsó korlátja. Ugyanakkor:

$$\int_1^{\infty} \frac{1}{x\sqrt{x}} dx = \lim_{b \rightarrow \infty} \left(\int_1^b \frac{1}{x\sqrt{x}} dx \right) = \lim_{b \rightarrow \infty} \left(-\frac{2}{\sqrt{b}} + \frac{2}{\sqrt{1}} \right) = 2.$$

Tehát

$$1 + \frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{n\sqrt{n}} \leq 1 + \int_1^{\infty} \frac{1}{x\sqrt{x}} dx = 3,$$

azaz a sor felülről korlátos és emellett a sor pozitív tagú, tehát monoton növekvő, és így konvergens.

5. Példa.

Legyen $f : [0,1] \rightarrow \mathbb{R}$ Egy Riemann-értelemben integrálható függvény. Az $(a_n)_{n \geq 1}$ szigorúan pozitív tagú sorozat a következő tulajdonsággal rendelkezik (Giurgiu – Turtoiu, 1981):

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\max(a_1, a_2, \dots, a_n)}{a_1 + a_2 + \dots + a_n} = 0$$

Bizonyítsuk be, hogy

$$a) \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n f\left(\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_k}{a_1 + a_2 + \dots + a_n}\right) \frac{a_k}{a_1 + a_2 + \dots + a_n} = \int_0^1 f(x) dx;$$

$$b) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} \sum_{k=1}^n k f\left(\frac{k^2}{n^2}\right) = \frac{1}{2} \int_0^1 f(x) dx$$

Megoldás:

a) Vegyük a $(\Delta_n)_{n \geq 1}$ felosztások sorozatát, ahol

$$\Delta_n = \left\{ 0, \frac{a_1}{a_1 + a_2 + \dots + a_n}, \frac{a_1 + a_2}{a_1 + a_2 + \dots + a_n}, \dots, \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_k}{a_1 + a_2 + \dots + a_n}, \dots, 1 \right\};$$

és amelyre a felosztás normája

$$\|\Delta_n\| = \frac{\max(a_1, a_2, \dots, a_n)}{a_1 + a_2 + \dots + a_n} \rightarrow 0.$$

Ha a függvényértékeket pontosan a felosztási pontokban vesszük, azaz

$$\xi_k^n = \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_k}{a_1 + a_2 + \dots + a_n}, k = 1, 2, \dots, n$$

rögtön belátható, hogy az egyes felosztásokhoz tartozó Riemann-féle összeg

$$\sigma_{\Delta_n}(f, \xi_k^n) = \sum_{k=1}^n f\left(\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_k}{a_1 + a_2 + \dots + a_n}\right) \frac{a_k}{a_1 + a_2 + \dots + a_n}$$

és így ezen összegek sorozatának határértéke (mivel a felosztások normája tart nullához),

$$\int_0^1 f(x) dx$$

éppen

$$\Delta_n = \left\{ 0, \frac{1^2}{n^2}, \frac{2^2}{n^2}, \dots, \frac{k^2}{n^2}, \dots, 1 \right\}$$

b) Tekintsük a felosztásokat, amelyekre az osztópontok

$$x_k^n = \frac{k^2}{n^2}, k = 1, 2, \dots, n.$$

Észrevehető, hogy $x_k^n - x_{k-1}^n = \frac{2k-1}{n^2} \leq \frac{2n-1}{n^2}$ és ezért $\|\Delta_n'\| \rightarrow 0$.

Az egyes közbe esőpontokat újból a felosztási pontokba választva,

$$\xi_k^n \in [x_{k-1}^n, x_k^n], \xi_k^n = x_k^n = \frac{k^2}{n^2} (k = 1, 2, \dots, n);$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\Delta_n'}(f, \xi_k^n) &= \sum_{k=1}^n f(\xi_k^n)(x_k^n - x_{k-1}^n) = \sum_{k=1}^n \frac{2k-1}{n^2} f\left(\frac{k^2}{n^2}\right) = \\ &= 2 \sum_{k=1}^n \frac{k}{n^2} f\left(\frac{k^2}{n^2}\right) - \frac{1}{n^2} \sum_{k=1}^n f\left(\frac{k^2}{n^2}\right), \end{aligned}$$

ahonnan:

$$\frac{1}{n^2} \sum_{k=1}^n kf\left(\frac{k^2}{n^2}\right) = \frac{1}{2} \sigma_{\Delta_n'}(f, \xi_k^n) + \frac{1}{2n^2} \sum_{k=1}^n f\left(\frac{k^2}{n^2}\right). \quad (1)$$

Mivel az f függvény integrálható, így korlátos is, tehát létezik olyan $M > 0$, amelyre

$|f(x)| \leq M$, bármely $x \in [0, 1]$ értékre. Ennek alapján

$$\left| \frac{1}{2n^2} \sum_{k=1}^n f\left(\frac{k^2}{n^2}\right) \right| \leq \frac{1}{2n^2} \sum_{k=1}^n \left| f\left(\frac{k^2}{n^2}\right) \right| \leq \frac{nM}{2n^2} \rightarrow 0,$$

vagyis az (1)-es összefüggés jobboldalán a második tag határértéke nulla.

Az (1) összefüggésben határértékre térve kapjuk:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} \sum_{k=1}^n kf\left(\frac{k^2}{n^2}\right) = \frac{1}{2} \int_0^1 f(x) dx.$$

Köszönetnyilvánítás:

A tanulmány a TÁMOP-4.2.1.B-10/2/KONV-2010-0001 projekt támogatásával készült el.

Hivatkozott források:

Denkinger G. Gyurkó L. (1999): Analízis gyakorlatok, Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 1999, 70-71, 265-267.

- Démidovitch M., et all. (1968): Recueil d'exercices et de problemes d'analyse mathematique, Mir Moscou, 1968, 159.
- Draghicescu et all. (1976): Ghid de pregatire la matematica, Scrisul Rominesc, Craiova, 1976, 195-196.
- Giurgiu I. - Turtoiu F. (1981): Culegere de probleme de matematica, Ed. Didactica si pedagogica, Bucuresti, 1981, 217-219.

Szerző:

Körtesi Péter, PhD

egyetemi docens

Miskolci Egyetem, Analízis Tanszék

matkp@uni-miskolc.hu

FIZIKA SZEKCIÓ



ANDROID FIZIKA, ANDROID MATEMATIKA

NYIRATI LÁSZLÓ

Összefoglalás

Egyre több okostelefon kerül forgalomba, viszont sokan elképzelni sem tudják, hogy mitől okos a telefon. Természetesen az elnevezés kifejezetten rossz és megtévesztő, amire igen kevés informatikai alapismerettel bárki rájöhet. Mégis megragadt, (talán az volt okos, aki az elnevezést kitalálta).

Az Android operációs rendszer, amely legtöbbszörben működik eléggé rugalmas, és nagyszámú alkalmazást lehet a telefonra installálni ingyenesen. Többnyire JAVA alkalmazásokról van szó, amelyek telefonba épített szenzorok által rendelkezésre álló adatokat használják fel ötletesen, néha jó, néha kevésbé jó célokra. Én kifejezetten ingyenes alkalmazásokat keresek, és megpróbálom hasznosan felfogni a kapott eredményeket.

Néhány alkalmazást említek:

Elixir: a szenzorok adatait és mérési eredményeit mutatja meg.

Sound meter: zajszintmérő

Vibrometer: rezgésmérő

Swiss Army Knife és SuperSwiss Army Knife: iránytűtől a távolság és szögmérőn át az vízszintezőig, és függőőnig mindenféle.

Google Sky Map: valós idejű teljes égbépet mutat

AndroSensor: a szenzorok által szolgáltatott adatokból mintavételezéssel táblázatot készít. A szenzorok gyorsulást, mágneses indukciót, pozíciót, hangszintet, orientációt, és kis távolságot mérnek.

Előadásomban az AndroSensor segítségével mért néhány adat feldolgozási eredményét szeretném megmutatni, amely ízelítőt adhat arról miért Android fizika, Android matematika az előadás címe. Olyan mérésekre koncentrálok, amelyek a fizika oktatásban hasznosak lehetnek, különösen, ha az adatfeldolgozás matematikája is szerepet kap.

Kulcsszavak: okostelefon, android, gyorsulás, mágneses indukció

Bevezetés

Napjainkban egyre több ember (valljuk be diák) kezében látunk ú.n. okostelefon készüléket. Mindenféle célra használják, legtöbb esetben játéokra, de mikor kiderült számomra, hogy pl. a csillagos eget is megmutatja, akár nappal, akár éjjel, és a déli féltekét is, gondoltam, hogy valami fizika csak van a dologban. Nem csak informatikai csúcsteljesítménnyel van dolgunk, (természetesen az sem lebecsülendő, sőt), hanem valami mérőeszköznek is kell lapulnia valahol, amivel irányt, helyzetet...stb. érzékelni tud. Lényegében kétféle szenzorral szeretnék foglalkozni. A gyorsulásmérő, és mágneses indukciómérő szenzorral. Érdekes lenne ezek működési elve is, nyilván érdemes lenne rá hosszabb időt fordítani, de most csak azt nézzük meg, miképpen mérhetünk a telefontal.

Elixir és Androsensor

A telefonra különféle alkalmazások tölthetők le, amelyek többnyire JAVA applettek. Ingyenesen hozzáférhető programokról van szó, de viszonylag olcsó fizetősek is léteznek. Az ELIXIR nevű alkalmazás pl. megmutatja a telefon erőforrásait, így a

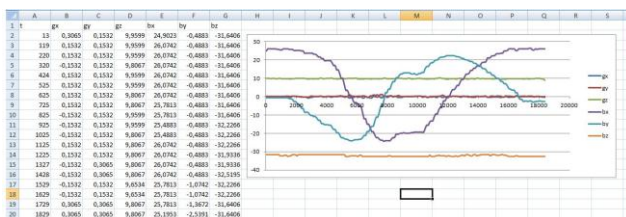
szenzorokat is. Felsorolja a tulajdonságokat: méréshatár, pontosság stb. Az Androsensor a beállított mérési adatokat, grafikonon is ábrázolja, illetve táblázatba lementi, amely aztán pl. excelben feldolgozható, ezt gyakran fogjuk alkalmazni.

Telefon helyzete és a mágneses tér.

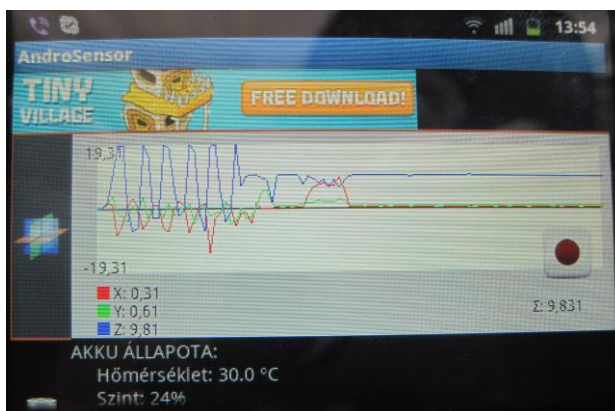
Bekapcsoljuk az Androsensor alkalmazást. Konfiguráljuk olyan módon, hogy a gyorsulást és a mágneses indukciót mérje. A mérési eredményeket 0.1sec időközönként fogja rögzíteni egy táblázatban. A készüléket letesszük az asztalra és elindítjuk a rögzítést. Lassan egyenletesen forgassuk meg a készüléket az asztalon. 360°-os elfordulás után fejezzük be a rögzítést. Valamilyen eszközzel (email, bluetooth stb.) átvisszük az adatokat egy PC-re. Konvertáljuk excelbe és grafikont rajzoltatunk. Mérettük a gyorsulás és a mágneses tér adatait. A gx, gy gyakorlatilag 0, a gz 10 m/sec² értéket mutat. A mágneses tér Z irányú komponense bz=-32 mikrottesla, míg a bx és by egy periódusban változik. (1. ábra.)

Lengő telefon

A második esetben meglepetjük kissé a telefont. Ezúttal bekapcsoljuk az alkalmazás saját grafikon-rajzoló eszközét. Néhány lengés után a képernyőképet rögzítjük. (ábra A telefon mozgatása le-fel) Most nincs szükség táblázatos rögzítésre. Csak a gyorsulási adatokat látjuk. Az eredetileg 10 m/sec² körüli értéket mutató Z-vel jelölt érték erős változásokat mutat, ahogy a telefont le-fel mozgattuk. Mindezt a kék vonal jelzi. Az X-el és Y-al jelzett értékek is változnak természetesen. A képernyőkép rögzítésekor nyugalom van a gyorsulás értéke 9.831m/sec². (2. ábra.)



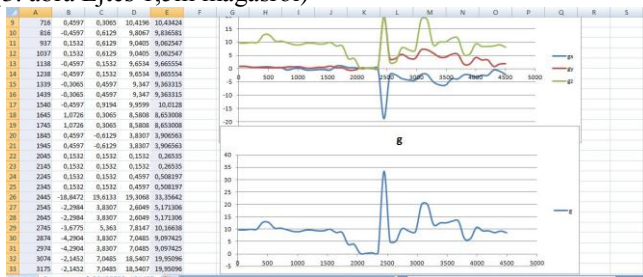
1. ábra Forgatás



2. ábra A telefon mozgatása le-fel

Ejtési kísérlet

Ennél durvább dolgot is elkövethetünk. Ejtjük le a telefont. 1,5m magasról ejtve kb. 0,54 sec ideig zuhan. Az Androsensor mintavételi ideje 0,1 sec. Kb. 4-5 mérési adatot kapunk esés közben. (3. ábra Ejtés 1,5m magasról)



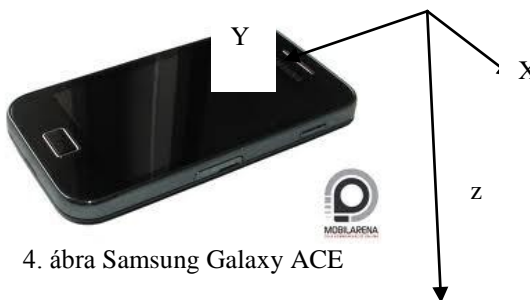
3. ábra Ejtés 1,5m magasról

A 2000 ms időértéknél minden gyorsulás 0 értékre esik. A gz eredetileg 10m/sec² volt.

A telefon helyzete a térben

A gyorsulás és a mágneses tér adatai egy-egy háromdimenziós vektort alkotnak. Ennek megfelelően, ha telefon vízszintes helyzetben van, a Z tengely lefelé függőlegesen áll, akkor gx, és gy=0, míg a gz=9,81. A készülékhez rögzített koordináta rendszer X tengelye a kijelző rövidebbik oldalával, az Y tengely a hosszabbik oldalával párhuzamos. A Z tengely a kijelzőre merőleges. Amennyiben a kijelző vízszintesen áll, (4. ábra) akkor a gyorsulás Z értéke 9,81m/sec² mint az 1. ábra mutatja.

Ha a telefont megdöntöm, akkor a g továbbra is 9,81, de gx, gy, gz más értékei mellett. Világos, hogy ezen a módon jelzést kapunk a telefon térbeli helyzetéről. Egy vektor természetesen nem ad teljes tájékoztatást.



4. ábra Samsung Galaxy ACE

Hasonló dolgot mondhatok el a mágneses tér vektoráról. Állítsuk a telefont úgy, hogy az Y tengely az déli irányba mutasson, ekkor az X tengely keletre fog állni. Döntsük meg az x tengely körül. Ekkor a **g** vektor az Y, Z síkban marad. Nyilván a **g** vektor tengelyekkel bezárt szögének cos függvényével szorzott érték adja a koordinátákat. Ha telefont úgy forgatjuk, hogy az YZ sík függőleges marad, az X koordináta nem változik. Egy vektor tehát kevés a térbeli helyzet meghatározásához. Ha a mágneses indukcióvektor irányát is számításba vesszük, akkor már ezt az elfordulást is mérhetjük.

A telefon dőlésszöge (a szögmérés hitelesítése)

Következő mérésünk az előzőket reprezentálja. Egy deszkára helyezük a készüléket az előbb említett módon.



5. ábra Az emelési kísérlet képe

5cm-es lépésközzel emelem a 60 cm hosszú deszka egyik végét. A szöget így a sinus szögfüggvény alapján kapom. A gyorsulás és mágneses adatokat rögzítem. Ezzel mintegy hitelesíthetem a készülék saját helyzetének mérését. Minden emelés után kb. 10 sec időtartamot várok, hogy az állandósult értékek jól látszanak. A gy és a gz mérési adatai alapján jól kiválaszthatók az egyes emelési magasságokhoz kapott mérési adatok. Látható az is, hogy nem állandó értékeket kapunk. Az adatok 0.153m/sec^2 lépésközzel rögzítődtek. A beállítások szerint 0,1 másodpercenként történik mintavétel. Az adatokat digitalizálva kapjuk és ennek felbontása 0.153m/sec^2 . A telefonkészüléken kívül mért adat a lejtő hossza (60cm), illetve a lejtő emelési magassága. Belsőleg rögzített adat a mérési időpont, valamint a gyorsulás és mágneses indukcióvektorok koordinátái. Az alábbi grafikont kapjuk a mérési adatokból. (6. ábra.)

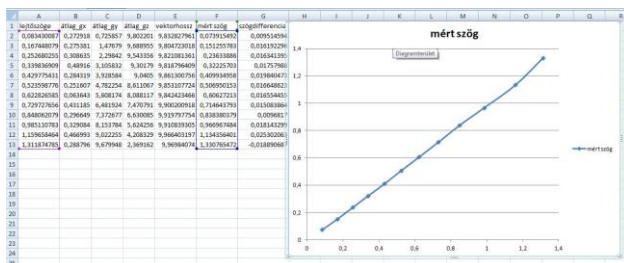


6. ábra rögzített adatok grafikonja

A kb. 10 másodperces várakozás kb. 100 adatot gyűjt, amelynek átlagát célszerű venni. Így jutunk egy táblázathoz, amelyben az egyes emelési magasságokhoz tartozó, kezdeti és végső időpontok, majd az ezekhez tartozó sorszámok, végül a sorszámok közötti mérési adatok átlagai vannak feltüntetve, végül a mért gravitációs vektor hossza. Célszerű az emelési magasságból a lejtő hajlásszögét kiszámítani, és annak függvényében megmutatni a gyorsulás komponenseit. Az alábbi táblázat (részlet) a lejtő hajlásszögét, a gyorsulás koordinátáinak átlagértékét, a gyorsulásvektor hosszát, és a gyorsulás komponenseiből számított szöget tartalmazza. A gy és gz hányadosa a telefon

dőlésszögének tangensét adja, amiből a telefon által mért saját dőlésszögét kapjuk. Összehasonlíthatjuk a külsőleg mért szöget azzal, amit a telefon érzékel. (7. ábra.)

lejtőszöge	átlag_gx	átlag_gy	átlag_gz	vektorhossz	mért szög	szögdiff.
0,083430087	0,272918	0,725857	9,802201	9,832827961	0,073915492	0,009514594
0,167448079	0,275381	1,47679	9,688955	9,804723018	0,151255783	0,016192296
0,252680255	0,308635	2,29842	9,543356	9,821081361	0,23633886	0,016341395
0,339836909	0,48916	3,105832	9,30179	9,818796409	0,32225703	0,01757988
0,429775431	0,284319	3,928584	9,0405	9,861300756	0,409934958	0,019840473



7. ábra A szögmérés hitelesítése

Távolságmérés

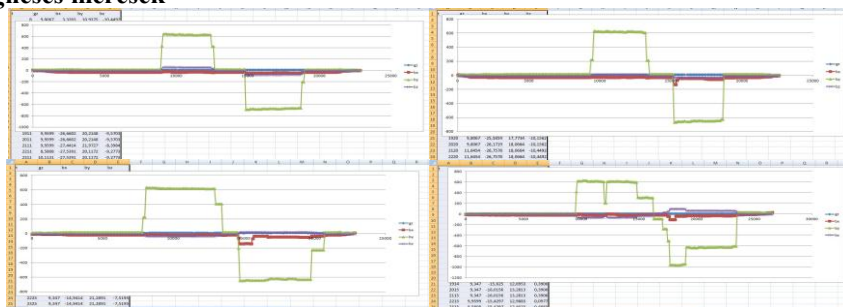
Ezen alapulhat a távolság és magasságmérő alkalmazás. Meg kell adnunk egy bázismagasságot, ami a telefon magassága méréskor.



8. ábra Távolságmérés

Célozzuk egy objektum (oszlop, torony) legalsó pontját a telefon y élével. Rögzítjük ezt a helyzetet. A bázismagasság a telefon szöge meghatározza az objektum távolságát. Most célozzuk meg az objektum tetejét. A már megmért távolság, az újabb szög és a bázismagasság megadja az objektum magasságát. A pontosság némi kívánnivalót hagy maga után. Inkább játék, mint mérőeszköz. Hasonló pl. a függőön működése. A telefon fényképezőgépén át benézünk, és egy függőön minden helyzetben függőlegesen áll. Megállapíthatjuk az ajtók, szekrények építmények függőleges helyzetét. Több ilyen alkalmazás található ingyenesen.

Mágneses mérések



9. ábra Homogén mágneses tér szolenoidban

Térjünk át a mágneses mérésekre. A tekercs mágneses terének számításakor arra hivatkozunk, hogy annak belsejében a tér homogén, és párhuzamos a tekercs tengelyével. Mérjük meg egy elég nagyméretű légmagos tekercsben a mágneses teret a tekercs tengelyétől több távolságban. A mellékelt video szolenoid.avi. 4 helyzetet választunk, és az ezekhez tartozó mérési eredményeket mellékeljük. A grafikonok jól mutatják, hogy a tekercsben homogénnek tekinthető a mágneses tér. (9. ábra)

Egyenes vezető mágneses tere

Talán legizgalmasabb az egyenes vezető mágneses tere. Gauss törvény szerint a térerősség vonal menti integrálja zárt görbére vonatkozóan, a görbe belsejének területén áthaladó áramok összegével azonos. Fogalmi szempontból fontos törvény, mert azt fejezi ki, hogy a mágneses tér a töltések áramlása miatt jön létre.

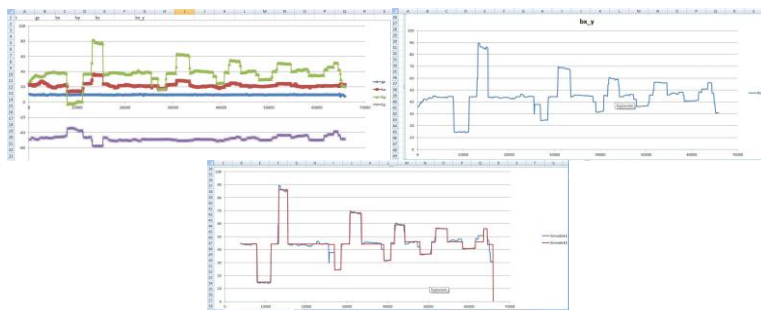
Hosszú egyenes vezetőt feltételezve, a hengersizmetria miatt a vezetőtől azonos távolságra mindenütt azonos térerősség alakul ki. Egy kör mentén számítjuk a vonalintegrált, akkor az alábbi azonosságot kapjuk.

$$H = \frac{I}{2 * r * \pi}$$

1. összefüggés

H a mágneses térerősség. I az áram. r a vezetőtől mért távolság. A mágneses permeabilitással szorozva kapjuk a mérhető indukció értékét.

Próbáljuk mérésrel igazolni az indukció távolságfüggését. A mérési folyamatról készült video egyenesvez.avi megtekinthető. Rögzítjük az indukció értékét az árammal átjárt vezetőtől 1, 3, 5, 7, 9 cm távolságra, miközben a telefon X tengelye a vezetékkel párhuzamos, a Z pedig merőleges ugyanarra. Így várhatóan a mágneses indukciónak az Y komponensei a legnagyobbak.



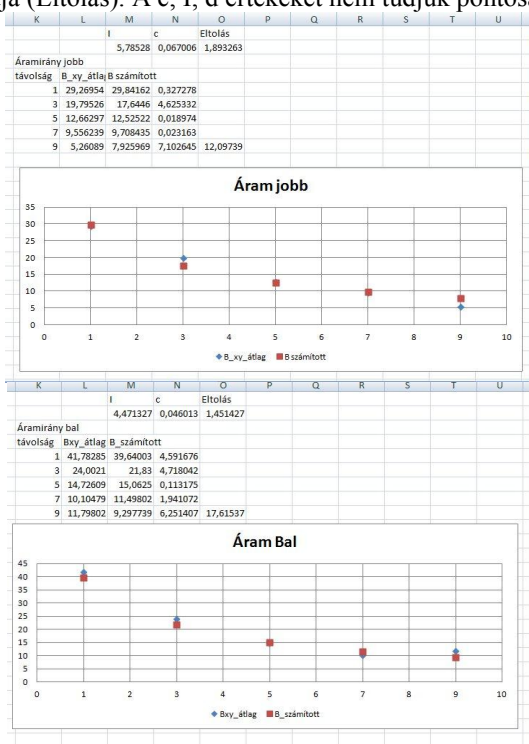
10. ábra Egyenes vezető mágneses tere

A 10. ábra a mért adatokból készült grafikont, majd az adatfeldolgozás utáni grafikont mutatja. Jól látszik az indukció áramirány változásai miatti szignifikáns változása, valamint a távolság növelése miatt történő csökkenése. A távolság függvényében mért indukció átlagértékeit ábrázoljuk egy táblázatban, és összehasonlítjuk az elmélet alapján számítható értékekkel.

$$B = c * \frac{I}{r - d}$$

2. összefüggés

B az indukció, c minden szorzótényezőt magában foglaló konstans, I az áramerősség, d a távolságmérés hibája (Eltolás). A c, I, d értéket nem tudjuk pontosan. (11. ábra)



11. ábra Az indukció függése a távolságtól

A K oszlopban a távolság, L oszlopban a mért indukció átlagok. A képlethez felvett konstansok az I áramerősség, a c általános konstans (a pi, és a permeabilitás...). Az eltolást a távolságmérés pontatlanságát korigálja.

Az M oszlopban az elmélet szerinti számított adatok találhatóak. Vesszük az L, és M oszlopok különbségének négyzetét az N oszlopban. Ezek összege az O oszlop adata. Solver segítségével úgy változtatjuk az I, c, és eltolás értékeit, hogy a négyzetösszeg minimális értéket vegyen fel. A grafikon mutatja a mért adatok elméletivel való egyezését. A kék és piros pontok hasonló görbe mentén futnak.

Szerző:

Nyirati László

főiskolai adjunktus

Kodolányi János Főiskola Módszertan Tsz

Nyirati.laszlo@gmail.com

A MÉRNÖKI FIZIKA ONLINE OKTATÁSA A DUNAÚJVÁROSI FŐISKOLÁN

HORVÁTH MIKLÓS
KISS ENDRE
KENYERES KRISZTINA

Összefoglalás

A Dunaújvárosi Főiskolán egy elnyert pályázat keretein belül több tantárgyból nagyszabású tananyag fejlesztés indult 2012-ben. A projekt során Mérnöki fizikából olyan online tananyagot fejlesztünk, amely a lecsökkent kontakt óraszámot és bemutatandó kísérleteket rövid, lényegre törő, de jól megtervezett, érdekes videóra rögzített előadásokkal, filmre rögzített kísérletekkel, valamint számítógépes animációkkal pótolja. A tananyag fejlesztés célja az, hogy a csökkenő kontakt óraszám mellett egy jól használható, könnyű önálló tanulásra alkalmas segédletet adjon a hallgatók kezébe. A levelező képzés esetén a lehetséges minimumra csökkent óraszám miatt - nem lemondva a személyes konzultáció lehetőségéről - a kontakt órákat kell helyettesíteni ezzel a tananyaggal a lehető legnagyobb mértékben.

Jelen cikkben a Mérnöki fizika tantárgy feldolgozásának koncepcióját, az online tananyag fejlesztés alapelveit és az eddig elkészült fejezeteit szeretnénk bemutatni.

Kulcsszavak: fizika tanítás, online tananyag fejlesztés, mérnöki fizika

The online education of Engineering physics at the College of Dunaújváros

Abstract

In the College of Dunaújváros a large-scale curriculum development began in 2012 within a won tender, including several subjects. During the project the online teaching material of Engineering physics is developed. This new curriculum substitutes the missing contact lectures and demonstrations for brief and concise, but well-designed interesting video recorded lectures, short filmclips about experiments, and computer animations. The main goal of the curriculum development, to deliver for the students a well-usable, suitable for easy self-study teaching material, under the conditions of decreasing number of contact lectures. In case of correspondence cours, because of the minimalized number of contact lectures- not renouncing the possibility of a personal consultation -the contact hours should be replaced by this teaching material as much as possible.

This paper discusses the concept of the processing of Engineering physics course, the principles of development of the online curriculum, and we would like to introduce the completed chapters of the curriculum.

Keywords: teaching of physics, online developing of curriculum, engineering physics

Bevezetés

Napjainkban a felsőoktatást sújtó hallgatói létszám csökkenés valamint az ezzel járó évről évre kisebb mértékű finanszírozás az óraszámok jelentős redukcióját hozta magával. A Dunaújvárosi Főiskolán az eddig sem túl magas óraszámokban oktatott alapozó tárgyak, köztük a Mérnöki Fizika tananyagának hatékony közvetítése a hallgatók felélsősorban levelező tagozaton- igen nehezzé vált. A tantárgy esetében tapasztalható,

nagyrányú lemorzsolódás okai összetettek és részben hallgatóink előtanulmányaira vezethetők vissza. A középiskolák jó részében a tanterv szerint nincsen fizika, ha van akkor esetleg egy év, amit valahogyan átvészelnek a diákok, és mire a főiskolára kerülnek, azt a keveset is elfelejtik, amit esetleg megtanultak.

Ugyanakkor hallgatóinkból sok esetben hiányzik a kellő motiváltság is. Nemcsak hogy nehezen tudják a tananyagot befogadni, elsajátítani, de sokszor az akarat az elszántság és az érdeklődés is hiányzik a tantárgy iránt hallgatóinkból.

Az alacsony óraszám és az említett problémák mellett elvárt minőségi javulás nagy kihívás elé állította a tanszék fizikát oktató munkaközösségét. Meggyőződésünk, hogy a nem túl magas szinten motivált hallgatóknak a tudomány alapjait csak színes, érdekes, példákkal, kísérletekkel és animációkkal gazdagított előadásokkal, valamint gyakorlat orientált feladatokkal és laboratóriumi gyakorlatokkal lehet hatékonyan átadni.

Jelenleg a Dunaujvárosi Főiskolán a Mérnöki fizika tantárgy oktatása három különböző órátípus keretében zajlik:

1. Előadás: Itt a klasszikus, a felsőoktatásban megszokott formában projektor segítségével vetítjük ki a tananyagot a hallgatónak. Fontos, hogy nem szükséges jegyzetelni, mivel a teljes tananyag elektronikus tankönyv formájában a hallgatók rendelkezésére áll, így elég figyelni, megjegyzéseket írni az előre kinyomtatott tananyaghoz. Kísérletek bemutatására sajnos az idő rövidsége miatt nincs lehetőség.
2. Számolási gyakorlat: Véleményünk szerint a hallgató akkor sajátította el igazán a tananyagot, ha a törvények megfogalmazása mellett fizikai problémákat is meg tud oldani az adott témakörből, azaz a problémamegoldó képessége is megfelelő szintre jut. Ezt szolgálják a számolási gyakorlatok, ahol feladatmegoldás történik.
3. Laboratóriumi gyakorlat: A laboratóriumi gyakorlatok hallgatók a manuális készségének fejlődését, a mérnöki gyakorlatban használt műszerek, eszközök megismerését, az alapvető mérési elvek, eljárások elsajátítását szolgálják.

A felsorolt kompetenciák mindegyikének nagy a jelentősége a mérnökképzésben, ezért álláspontunk szerint szükség van mind az előadásokra, a laboratóriumi gyakorlatokra, és a számolási gyakorlatokra.

A tapasztalatok szerint a Mérnöki fizika fent leírt oktatási formája azonban nem elegendő.

A továbblépésre igen jó lehetőséget nyújt egy a főiskola által a közelmúltban megnyert pályázat, ami az e-learninges tananyagok létrehozását célozza. A program kereteiben a főiskolán átfogó tananyagfejlesztés indult meg, aminek első eredményei már a 2012-2013 tanév első félévében működni fognak, a tervek szerint a Mérnöki fizika tananyag pedig a tanév második félévére lesz teljesen készen.

Mi az e-learning?

„Az **e-learning** olyan, számítógépes hálózaton elérhető nyitott - tér- és időkorlátoktól független - képzési forma, amely a tanítási-tanulási folyamatot hatékony, optimális ismeretátadási, tanulási módszerek birtokában megszervezve mind a tananyagot és a tanulói forrásokat, mind a tutor-tanuló kommunikációt, mind pedig az interaktív számítógépes oktatószoftvert egységes keretrendszerbe foglalva hozzáférhetővé teszi a tanuló számára.” (Forgó, 2005)

Az e-learning legismertebb értelmezése a számítógéppel, digitális tananyag segítségével történő tanulás (technology supported learning). Jelenthet egyénileg történő képzést is, multimédiás számítógéppel és CD ROM alkalmazásával.

Az e-learning tehát egy oktatási forma. A fogalom a kilencvenes évek második felétől vált általánossá, a hagyományos oktatás megújítása, mely lehetőséget adhat az egyén önképzésére, önfejlesztésére. (Fülöp, 2004)

Ennek az új oktatási formának vannak lényeges előnyei és természetesen hátrányai is a hagyományos oktatással szemben. A hagyományos oktatás esetében a „tanár - tananyag-tanuló” tényezők egyidejű együttműködése van jelen, aminek szintén lehetnek pozitív és negatív hatásai. A közvetlen ismeretátadás előnyei, hogy lehetőség van a mély, alapos tudás megszerzésére, az indoklás, bizonyítás megtanítására. A diák azonnali választ kaphat kérdéseire, a hibákat könnyen kijavíthatja, a tanuló a tanult ismereteket már a tanulás során azonnal hasznosíthatja, mindezekkel növelve a munka eredményességét. (Fülöp, 2004)

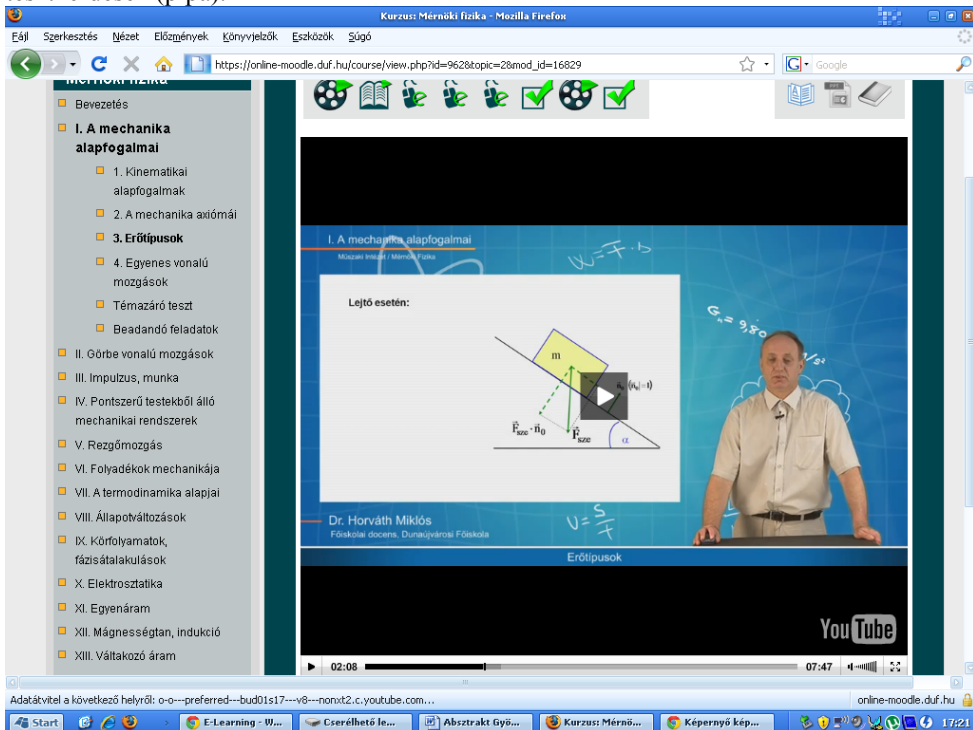
Az e-learninges oktatás esetében a tanár és a tanuló közé egy plusz elem kerül be, a számítógép, ami a tananyag átadásának fő eszköze. Itt tehát a fent említett három tényező nem egyidejűleg működik, a tanár és a tanuló térben távol lehet egymástól, és az oktatás időhöz sincsen szorosan kötve. A tanár szerepe csökken, a személyes kapcsolat nagyrészt eltűnik. Ez mindenképpen hátránya az e-learninges oktatásnak. Véleményünk és tapasztalataink szerint tökéletesen nem lehet kiiktatni a tanárt az oktatás folyamatából, hiszen a személyes magyarázatot, az azonnali reagálást a feltett kérdésre és a tanári egyéniséget viselkedés mintát, és a közvetlen kapcsolatot a diákkal hiba volna teljesen megszüntetni. Egy színvonalas e-learning anyag alkalmazása esetében félévente 1-2 személyes konzultáció, kontakt óra szükséges, mert lehet a tananyagban olyan része, ami néhány hallgatónak csak személyes konzultáción világítható meg.

Az e-learninges oktatásnak jóval több az előnye, mint az esetleges hátránya. A hallgató ebben az esetben nincs időhöz kötve, akkor kezdi el használni az elérhető tananyagot, amikor szeretné, vagy van ideje. A távoli lakhelyű hallgatóknak megszűnnek a fáradságos utazások, a diák otthonában a számítógép előtt tudja használni a tananyag minden eszközét, még online konzultációra is van lehetőség. Ennek elsősorban a hagyományos levelező képzés kiváltása lehet az eredménye. Egy jó e-learninges tananyagban azonnali visszacsatolás jelenik meg egy-egy rövidebb tananyagrész után ellenőrző kérdések formájában. Az előadást helyettesítő rövid videók bármikor újra nézhetők, visszaállíthatók bármely részletre, ami az élő előadás esetében lehetetlen. Van egy további igen jelentős előnye ennek az oktatási formának a hagyományos oktatással szemben, és ez elsősorban a természettudományos tantárgyaknál jelenik meg. A hagyományos oktatásban nehezen, vagy nem bemutatható kísérletek rövid kisfilmekben, vagy számítógépes animációkon újból és újból megnézhetők miközben a paraméterek szabadon változtathatók. Ez az egyik legnagyobb eredménye a számítógépek oktatásban történő alkalmazásának.

Az e-learning ugyanakkor egy kiváló üzleti lehetőség, egy kitörési pont az egyre szűkebb forrásokból az oktatási piac területén. Ma már a legnagyobb, legpatinásabb egyetemek is felismerték, hogy ez a jövő oktatásának egyik fő fejlődési iránya, és sorra indítják a sikeres kurzusokat, ezzel jelentős bevételhez juttatva az egyetemet. Európában talán a University of Valencia érte el a legnagyobb létszámot, mintegy 40000 hallgatóval, akiknek zöme Latin- Amerikából iratkozott fel a kínált kurzusokra. (Martínez – Alagón Labarta, 2007; Moreno Clari – Cerverón Lleó, 2006)

A Mérnöki fizika e-learninges tananyag felépítése, eszközei

A Mérnöki fizika e-learninges tananyaga egy olyan alapvetően videovezérelt oktatási rendszer, amely a hallgatót a tananyag átadásától az önellenőrzésen keresztül a feladatmegoldásig és a számonkérésig végigvezeti jó minőségű polimédiás felvételek, tesztkérdések, valamint interaktív animációs anyagok segítségével. A tananyag a Moodle rendszerre épül, az 1. ábrán egy tipikus képernyő elrendezést látunk. A felső sorban látszik az alfejezet eszköztára: polimédiás felvétel (filmtekerecs) elektronikus tankönyv fejezet (könyv) a fejezethez tartozó animációk (egér szimbólum), valamint ellenőrző tesztkérdések (pipa).



1. ábra. A Moodle rendszerben létrehozott e-learninges tananyag egy tipikus képernyője

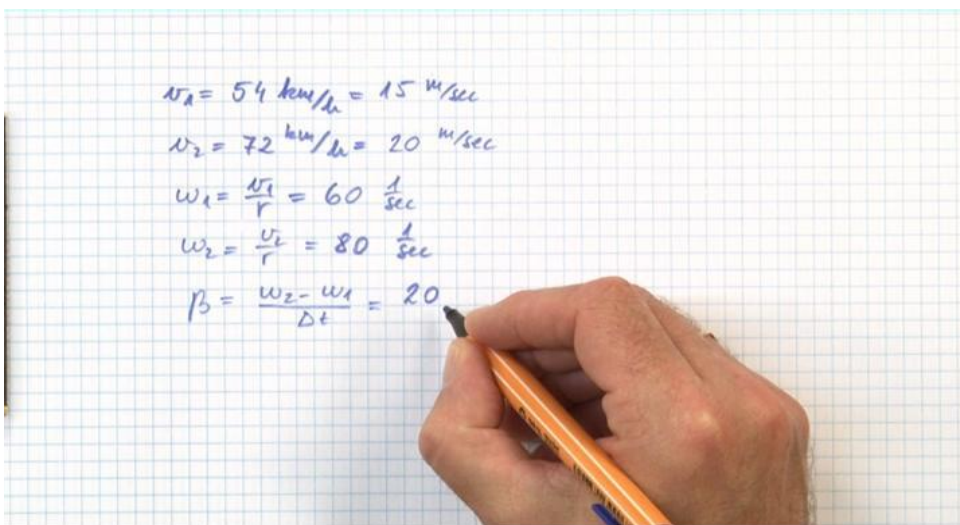
A teljes tananyagot a 15 oktatási hét logikáját követve 15 fő fejezetre osztottuk fel. Polimédiás anyagok talán a tananyag legfontosabb részei. Ezek a felvételek rövid, mindenki által emészthető 4-6 perces videóra rögzített előadások. A felvételek egy-egy összefüggő anyagrészt tartalmazó, jól szerkesztett, lényegre törő, animációkkal, esetenként a hétköznapi életből vett rövid videofelvételekkel gazdagított Powerpoint előadások. A polimédiás anyagoknak négy típusa van:

1. Csak a tanár látszik a felvételen. Ezt olyan esetekben alkalmazzuk, amikor nincs szükség az elhangzott szöveg semmilyen képi alátámasztására, például a kurzus elején elmondott bevezető esetében.

2. A tanár és a kivetített előadás is látszik. Ez a leggyakrabban alkalmazott klasszikus előadás típusú polimédia Powerpoint animációkkal és videófelvetelekkel gazdagított formában.

3. Csak a tanár keze látszik, kézírással ír papírra. Ezt a feladatmegoldás bemutatására alkalmazzuk. (2. ábra)

4. Csak videofelvetelek jelennek meg a képernyőn. Ebben az esetben 20-30 másodperces rövid, gyorsan változó képsorokat tartalmazó dinamikus hatású felvételekről van szó, amiket új fejezetek bevezető képsoraiként használunk figyelemfelkeltő céllal.



2. ábra. Feladatmegoldás polimédiás felvétele

Egy-egy polimédiás anyag után minden esetben egy 2-3 kérdésből álló teszt következik, ami ellenőrzi, hogy a hallgató mennyire értette meg a tananyagot, és azonnali visszacsatolást ad.

A fő fejezetek végére egy tíz kérdésből álló összefoglaló jellegű teszt van beillesztve.

A fizika oktatásának igen lényeges eleme a kísérletek bemutatása. Ezt váltják ki a fizikai jelenségeket szemléltető interaktív számítógépes animációk, és kísérletekről készült kisfilmek. A hallgató az animációk esetében szabadon változtathatja a különböző paramétereket, „játszhat” az interaktív programokkal, miközben megérti a jelenség lényegét. Minden fő fejezetbe 3-5 ilyen animációt, vagy filmet tervezünk elhelyezni.

Az egyes alfejezetek végén megtalálható az elektronikus tankönyv megfelelő fejezete, ami a tananyag részletes magyarázatát, kifejtését tartalmazza, kiegészítve ezzel a polimédiás anyagokat.

Az alfejezetekhez tartozik egy-egy polimédiás felvételen megoldott mintafeladat is, valamint elektronikus formában további 5-6 részletes megoldással és magyarázattal ellátott feladat.

A fő fejezetek végén megjelenik egy beadandó feladat, aminek megoldása a végső értékelésbe is beleszámít.

A fejezetek elején és az alfejezetek egyes elemei között részletes útmutatásokat helyeztünk el, amik végigvezetik a hallgatót a tananyagon mindig kijelölve a következő tevékenységet.

Az egész rendszernek fontos része az online konzultáció, ami heti rendszerességgel egy adott időben rendelkezésre áll a hallgatóknak chatelés formájában. A félév során legalább egy kontakt órás konzultációt tervezünk a hallgatóknak, emellett heti rendszerességgel rendelkezésre állunk személyes konzultációval azoknak a hallgatóknak, akik ezt igénylik, és eljönnek.

Összegzés

A készülő tananyag új fejezetet nyithat a Dunaújvárosi Főiskola oktatásában. A levelező oktatásban megoldja a kevés kontaktóra problémáját, mivel a hallgatóknak rendelkezésre áll a teljes tananyag minden felsorolt tanulást segítő eszközével. Az elkészült anyag azonban a hagyományos nappali tagozatos képzésben résztvevő hallgatók esetében is igen hasznos lehet: a kontakt órák mellett egy magas színvonalú különböző eszközökkel gazdagon támogatott tananyagot kapnak a kezükbe a hallgatók, ami segítséget nyújt az otthoni tanuláshoz.

A Mérnöki fizika tananyagának első három fejezete elkészült. A munka hatalmas energia befektetést igényelt igen sok munkaórát töltöttünk a videofelvételekkel, a tesztek, és a kidolgozott feladatok elkészítésével. Az animációk szintén nagy feladatot jelentenek a főiskola tananyagfejlesztéssel foglalkozó informatikusainak. Úgy érezzük azonban, hogy munkánk nem hiábavaló, egy magas színvonalon elkészült tananyag jelentősen javíthat hallgatóink tudásán, tanulmányi eredményein, valamint új távlatokat nyithat meg intézményünk beiskolázási lehetőségeiben.

Az elkészült fejezeteket megmutattuk és véleményeztettük néhány mérnök hallgatóval. Az első visszajelzések igen pozitívak, a hallgatók jól használhatónak, szemléletesnek, érdekesnek találták az anyagot. Terveink szerint rövidesen a már elkészült és bevezetett tananyag első eredményeiről is beszámolhatunk.

Hivatkozott források:

- Forgó S. (2005): Az e-Learning fogalma. In: Hutter Ottó – Magyar Gábor - Mlinarics József: E-LEARNING 2005 (eLearning kézikönyv), Műszaki Könyvkiadó, 2005.
- Fülöp T. E. - Biró P. (2004): E-learning előnyei és hátrányai, „Multimédia az oktatásban” konferencia Szeged, 2004. május 27.- 29. Konferencia kiadvány
- Martínez, N. – Alagón Labarta, M. (2007): E-Learning at the Polytechnic University of Valencia: A Bet for Quality, Journal of Cases on Information Technology Vol. 9. Issue 2, 2007.
- Moreno-Clari, P. - Cerverón-Lleó, V. (2006): Platform of e-learning management: “Aula Virtual”. Universitat de València development based in open source and collaborative software. 2006.
- <http://aulavirtual.uv.es/ficheros/view/comunicaciones/UVxMICTE06x204.pdf>

Szerzők:

Horváth Miklós

főiskolai docens

Dunaújvárosi Főiskola

hmik@mail.duf.hu

Kiss Endre

főiskolai tanár

Dunaújvárosi Főiskola

kiss@mail.duf.hu

Kenyeres Krisztina

főiskolai tanársegéd

Dunaújvárosi Főiskola

kenyeres@mail.duf.hu

A HŐTRANSPORT DINAMIKÁJÁNAK VÁLTOZÁSA A MÉRET FÜGGVÉNYÉBEN

MÁRKUS FERENC

Összefoglalás

Mind a kísérleti eredmények mind a számítógépen futtatott numerikus modellek azt mutatják, hogy a jólismert, makroszkopikus méreteken disszipatív és ennek következtében irreverzibilis folyamatok – mint pl. a hővezetés, diffúzió, elektromos vezetés – nanoskálán explicit ballisztikus (hullám-)terjedést is mutatnak a diffúziós terjedés mellett. Ennek megfelelően – egyrészt – a hőterjedés Fourier-féle, diffúziós mechanizmust magában foglaló, egyenletét olyan téregyenletre kell módosítani, amely az egyidejű ballisztikus-diffúziós vezetési mechanizmust helyesen tudja kezelni. Másrészt kiderül, hogy figyelembe kell venni a határoló felületek (falak) az energiatranszportban résztvevő részecskékre – fononokra – gyakorolt reflexiós hatást is. A fluktuáció-disszipáció elméletén alapuló időkorrelációs függvényeken keresztül bemutatásra kerül, hogy a méret- és falhatás együttesen miként határozzák meg a termikus energiatranszportot, és milyen dinamikai fázisátalakulások jöhetnek létre ezek változtatása során.

Kulcsszavak: Termikus energiatranszport, dinamikai fázisátalakulás, nanoskála méret- és falhatás, ballisztikus transzport

Bevezetés

A néhány 10-100 nm vastagságú rétegen át történő termikus energiatranszport vizsgálata számtalan érdekes eredményt hozott az elmúlt évtizedben. A kísérleti tapasztalatok (Ju *et al.*, 1999; Cahill *et al.*, 2003; Liu *et al.*, 2004; Brown *et al.*, 2005; Wang *et al.*, 2006) és az elméleti kutatások (Mahan *et al.*, 1988; Chen, 2001; Henry *et al.*, 2008) egyaránt azt mutatják, hogy ezen a méretskálán a makroszkopikushoz képest a vezetési mechanizmus lényegesen megváltozik. Ennek az oka az, hogy a transzportban résztvevő energiahordozók (itt a fononok) átlagos szabad úthossza összemérhetővé válik a geometriai méretekkel. Ez a viselkedés más transzport jelenségek, mint pl. elektromos vezetés és a részecsketranszportok, eseteiben hasonlóan ismertek. A termikus terjedés leírására a Fourier-féle hővezetés (konstitutív) anyagegyenlete biztosan nem elégséges, ugyanakkor még ma sem tisztázott, melyik lenne a legalkalmasabb téregyenlet, amely magában hordozza a klasszikus értelemben vett diffúziós és egyúttal a ballisztikus terjedést. Az energiamérleget kifejező egyenlet mellett szükség van a módosított anyagegyenletre, amely a jelen modellben – a statisztikus elmélet megfontolásai alapján megadott kettős fáziskésésű egyenlet (Tzou, 1995; Anderson *et al.*, 2006). Az utóbbi időben egyre nyilvánvalóbbá válik és kezd matematikai alakot öltetni a határfelület hatása (Chen, 2001; Alvarez *et al.*, 2010). Ez a fononok felületi reflexiójával kapcsolatos, és a folyamat viselkedésére lényeges hatást gyakorol. A kísérletek tanulságai szerint a réteg vastagságával rendkívül jelentősen változik a hővezetési együttható (összefüggésben a fononok szabad úthosszával), így a hőterjedést vizsgáló modellben ezt is szükséges figyelembe venni. A felállított egyenletekkel leírt transzport a fluktuáció-disszipáció elméletén keresztül tanulmányozható (McKane, 2001; Vázquez, 2009a, 2010). A modellből származtatott korrelációs függvények világosan számot adnak a termikus terjedés dinamikájáról és dinamikai fázisátalakulásáról (Gambár, 2007,

2008; Vázquez, 2009b; Márkus, 2011). Az elemzés azt mutatja, hogy a határfelület hatása a gondoltnál is nagyobb mértékű, így a nanomértű tartományban hatását semmiképp nem lehet elhanyagolni (Márkus *et al.*, 2013).

Mérleg - és konstitutív egyenletek, mérethatások valamint a határoló felületek

A forrásmentes hővezetés belső energia mérlege

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{1}{\rho c_v} \frac{\partial q}{\partial x} = 0, \quad (1)$$

ahol T a hőmérséklet, ρ tömegsűrűség és c_v a fajhő. Az hőáram-sűrűséget és a hőmérséklet hellyel való változását a

$$q = -K \frac{\partial T}{\partial x} \quad (2)$$

Fourier-törvény kapcsolja össze, amely matematikailag ebben a lineáris alakban a legegyszerűbb. A K paraméter a hővezetési együttható, amely általában nemcsak a helynek és időnek a függvénye, hanem magának a hőmérsékletnek is. Jelen vizsgálatban a K -t konstansnak rögzítjük, illetve később a minta vastagságától való függését engedjük meg. A hőáram-sűrűség (2) kifejezését az energiamérleg (1) egyenletébe helyettesítve jutunk a hővezetés

$$\frac{\partial T}{\partial t} - \frac{K}{\rho c_v} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0 \quad (3)$$

Fourier-féle egyenletéhez. Ez az egyenlet a makroszkopikus léptékű hővezetési folyamatoknak leírására teljes mértékben alkalmas. Ugyanakkor az elmélet nyilvánvaló hiányossága, hogy a fizikai hatás sebessége vég-telennek adódik – azaz, hogy a hőmérséklet-változások a végtelen távoli térpontokban is egyidejűleg kifejtik hatásukat – , amely tény ellentmond mind realitásérzéknek mind a speciális relativitás elvárásainak. Éppen ezért már Maxwell majd később Cattaneo és Vernotte javaslatot tett a Fourier-törvény (Maxwell, 1867; Cattaneo, 1948; Vernotte, 1958)

$$q + \tau \frac{\partial q}{\partial t} = -K \frac{\partial T}{\partial x} \quad (4)$$

alakú általánosítására. A baloldalon álló második tag a hőterjedés egyfajta tehetetlenségét fogalmazza meg a τ relaxációs idővel. Ezt az valamint az (1) energiamérleg egyenletet felhasználva egy olyan

$$\tau \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} + \frac{\partial T}{\partial t} - \frac{K}{\rho c_v} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0 \quad (5)$$

egyenlethez jutunk, amely a véges terjedésről valamilyen értelemben számot tud adni. Ugyanakkor olyan megoldásokat is szolgáltat, amelyek ellentmondanak a

termodinamika II. főtételének (Lebon *et al.*, 2008). E komoly probléma feloldásának egyik lehetősége a statisztikus megfontolásokkal is alátámasztott ún. kettős fáziskésésű

$$q + \tau \frac{\partial q}{\partial t} = K \left[\frac{\partial T}{\partial x} + \tau \frac{K_F}{K} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right) \right] \quad (6)$$

egyenlet alkalmazása (Chen, 2001; Anderson *et al.*, 2006). Itt a K_F együttható egy K - hoz hasonló hővezetési együttható. A konstitutív egyenlet ezen általánosítását fogjuk vizsgálatainkban alkalmazni.

A tapasztalat azt mutatja, hogy a K vezetési együttható a minta L vastagságával és a fononok l átlagos szabad úthosszával egyaránt kapcsolatos (Alvarez *et al.*, 2007, 2008)

$$K(\{Kn\}) = \frac{K}{2\pi^2 \{Kn\}^2} \left[\sqrt{1 + 4\pi^2 \{Kn\}^2} - 1 \right], \quad (7a)$$

és fizikai okokból hasonlóképpen a másik együtthatóra is érvényes

$$K_F(\{Kn\}) = \frac{K_F}{2\pi^2 \{Kn\}^2} \left[\sqrt{1 + 4\pi^2 \{Kn\}^2} - 1 \right]. \quad (7b)$$

A $\{Kn\}$ paraméter az ún. Knudsen-szám, amely: $\{Kn\} = \frac{l}{L}$

Annak ellenére, hogy a Knudsen-szám tartalmazza a vastagságot, még nem beszélhetünk véges méretű rétegről. Ehhez szükség van a határon a környezet T_h hőmérsékletnek és a q hőáramnak a figyelembe vételére (Chen, 2001; Alvarez, 2010)

$$\tau_b \frac{\partial T}{\partial t} + T = T_h - qR, \quad (8)$$

ahol a baloldal első tagja a relaxációval (τ_b a relaxációs idő), a jobboldal második tagja falkölcsönhatással (R „hőellenállási” együttható) kapcsolatos.

Spektrumok és korrelációs függvények

A vékony filmekben keresztüli termikus energiatranszportot az (1), (6) és (8) egyenletek írják le. Jelen vizsgálatban arra szeretnénk választ kapni, hogy milyen hullámszámú módusok esetén disszipatív illetve ballisztikus (oszilláló) a terjedés. Ennek eldöntése az időkorrelációs függvények kiszámolása segítségével történhet. Első lépésként – a bonyolult részlet-számolásokat mellőzve – a fluktuáció-disszipáció elmélet (McKane, 2001; Vázquez, 2009, 2010) módszereit alkalmazva a határfelületi és mérethatásokat is figyelembe vevő terjedő módusok

$$S(k, \omega) = \left[\left(1 + \sigma \tau_b - q c_v R \frac{\omega}{k} \right)^2 + \left(\tau_b \omega + \frac{q c_v R \sigma}{k} \right)^2 \right]^{-1} \times$$

$$\frac{K(\{Kn\})k^2}{\left(\frac{K(\{Kn\})}{\rho c_v}k^2 - \tau\omega^2\right)^2 + \left(1 + \frac{\tau K_F(\{Kn\})}{\rho c_v}k^2\right)^2 \omega^2} \quad (9)$$

spektrumát számoljuk ki. Itt ω a módus körfrekvenciája, k a hullámszáma, míg σ a számolás során megjelenő csillapítási tényező. Az időkor-relációs függvény, amelyből az adott módus terjedési tulajdonságait közvetlenül le tudjuk olvasni, a spektrum Fourier-transzformáltjaként áll elő

$$C(k, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} S(k, \omega) e^{i\omega t} d\omega. \quad (10)$$

A határfeltételek által kontrollált dinamikai fázisátalakulások a termikus energiaterjedés folyamatában

A fal- és mérethatás okozta hőterjedésbeli dinamikaváltozást a szilícium esetére

mutatjuk meg (Márkus *et al.*, 2013). A fizikai adatok rendre: sűrűség $\rho = 2330 \frac{kg}{m^3}$,

fajhő $c_v = 710 \frac{J}{kgK}$, hővezetés együttható $K = 149 \frac{W}{Km}$. A hővezetés késésével

kapcsolatos hővezetés értékét $K_F = 10 \frac{W}{Km}$ -nek választjuk. A fononok átlagos szabad

úthosszát $l = 200 \text{ nm}$ -nek, a referencia hőmérsékletet $T_0=1K$ -nek vesszük. A számolásokat két Knudsen-számra végezzük el: $\{Kn\}_1 = 2$ és $\{Kn\}_2 = 3.33$.

Az 1. a-b ábrákon a kiszámolt spektrumokat láthatjuk mindkét Knudsen-számra a

$k = 3000 \frac{1}{m}$ hullámszám értéknél. A széles omega tartomány miatt érdemes a

spektrumot két különböző skálára bontani. A keskeny vonal a $\{Kn\}_1 = 2$, míg a vastag

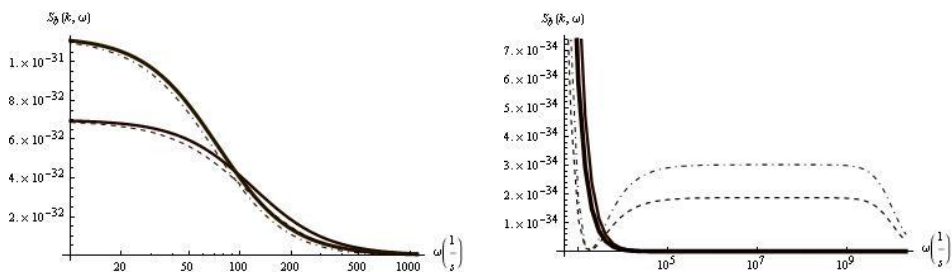
vonala a $\{Kn\}_2 = 3.33$ értékre vonatkozik. Ekkor $R = 0 \frac{m^2K}{W}$; $\tau_b = 0 \text{ s}$ és

$\sigma = 1 \frac{1}{s}$. A vonalak mellett futó egy-egy szaggatott vonal az adott Knudsen-szám

értéknél történő falhatás bekapcsolását jelentő $R = 1 \times 10^{-6} \frac{m^2K}{W}$ hőellenállás

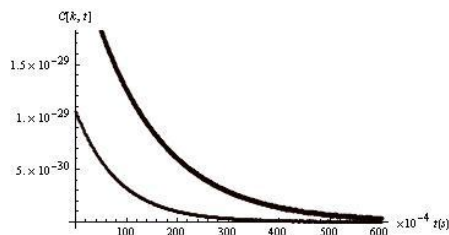
értékhez, valamint $\tau_b = 5 \times 10^{-10} \text{ s}$ és $\sigma = 1 \frac{1}{s}$ tartozik. Jól látható, hogy a

hőellenállás megjelenése milyen látványosan megváltoztatja a nagyfrekvenciás viselkedést.



1. a-b ábra: A két Knudsen-számhoz tartozó spektrumok a falhatás nélkül illetve annak figyelembe vételével.

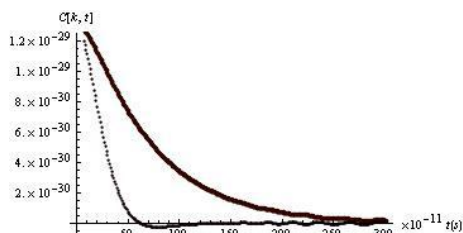
Ha a $k = 3000 \frac{1}{m}$ hullámszámmra az időkorrelációs függvényeket az $R = 0$ és $\tau_b = 0$ paraméterekkel ábrázoljuk, akkor a tisztán disszipatív (bomló) viselkedés a 2. ábrán azonosítható.



2. ábra: Korrelációs függvények: a két Knudsen-számhoz tartozó bomló állapotok azonos hullámszám mellett.

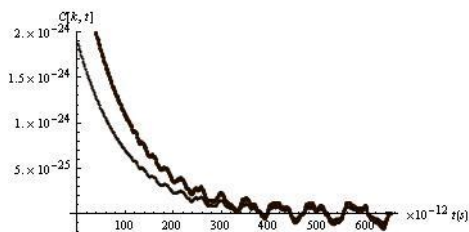
A $\{Kn\}_1 = 2$ Knudsen-szám értéke mellett hullámszám értékét $k = 1 \times 10^7 \frac{1}{m}$ -nek

(vastag vonal) valamint $k = 1,8 \times 10^7 \frac{1}{m}$ -nek (vékony vonal) véve ábrázoljuk az időkorrelációs függvényeket (3. ábra). Látható, hogy a nagyobb hullámszám esetében a bomló állapot helyett megjelenik egy oszcilláló – a hullámszerű terjedésnek megfelelő – állapot. Ez a terjedési mechanizmusban történő dinamikai fázisátalakulás jellemzője. (A változás az időskálán is leolvasható.)



3. ábra: A korrelációs függvényekből leolvasható dinamikai változás azonos Knudsen-szám mellett két különböző hullámszám esetén.

A 4. ábrán a hullámszám $k = 3000 \frac{1}{m}$ értékűnek véve továbbá a falhatást „bekapcsolva” ($R = 1 \times 10^{-6} \frac{m^2 K}{W}$, $\tau_b = 5 \times 10^{-10} s$ és $\sigma = 1 \frac{1}{s}$) a 2. ábrán látható bomló állapot a 3. ábrán is látható oszcilláló állapotba megy át. (A változás az időskálán is leolvasható.)



4. ábra: A falhatás miatt megjelenő oszcilláló állapot.

Összefoglalás

A folyamatokon belüli változások tanulmányozásának egy jól bevált módszerét, a rendszerbeli fluktuációk korrelációs függvényeinek vizsgálatán alapuló fluktuáció-disszipáció elméletét alkalmaztuk a vékony rétegekben (10-100 nm) végbemenő dinamikai fázisátalakulások leírására. Megmutattuk, hogy a nanoskálán végbemenő termikus energiaterjedés leírásában mindenképp figyelembe kell venni mind a mérethatás miatt fennálló vezetőképesség változást mind a falhatásnak tulajdonítható hő-ellenállást. Ez utóbbi a fononok falakon történő visszaverődésével kapcsolatos. E jelenség nanoskálára vonatkozó pontos megértése azért fontos, mert minden transzportfolyamat a termikus energiaterjedéssel termodinamikai kapcsolatban van, így azok lefolyását lényegesen megváltoztathatja.

Hivatkozott források:

- Alvarez F. X., Jou D.(2007): *Memory and Nonlocal Effects in Heat Transport: From Diffusive to Ballistic Regimes*, Appl. Phys. Lett. **90**, 083109 .
- Alvarez F. X., Jou D.(2008): *Size and frequency dependence of effective thermal conductivity in nanosystems*, J. Appl. Phys. **103**, 094321 .
- Alvarez F. X., Jou D.(2010): *Boundary Conditions and Evolution of Ballistic Heat Transport*, J. Heat Trans. **132**, 012404
- Anderson C. D. R., Tamma K. K.(2006): *Novel Heat Conduction Model for Bridging Different Space and Time Scales*, Phys. Rev. Lett. **96**, 184301
- Brown E., Hao L., Gallop J. C., Macfarlane J. C.(2005): *Ballistic Thermal and Electrical Conductance Measurements on Individual Multiwall Carbon Nanotubes*, Appl. Phys. Lett. **87**, 023107
- Cahill D. G., Ford W. K., Goodson K. E.(2003): Mahan G. D., Majumdar A-, . Maris H. J., Merlin R., Phillpot S. R., *Nanoscal Thermal Transport*, J. Appl. Phys. **93**, 793
- Cattaneo C.(1948): *Sulle conduzione del calore*, Atti Semin. Mat. Fis. Univ. Modena **3**, 3
- Chen G.(2001): *Ballistic-Diffusive Heat-Conduction Equations*, Phys. Rev. Lett. **86**, 2297
- Gambár K., Márkus F.(2008): *A Simple Mechanical Model to Demonstrate a Dynamical Phase Transition*, Rep. Math. Phys. **62**, 219

- Gambár K., Márkus F.(2007): *A possible dynamical phase transition between the dissipative and the non-dissipative solutions of a thermal process*, Phys. Lett. A **361**, 283
- Henry A. S., Chen G.(2008): *Spectral Phonon Transport Properties of Silicon Based on Molecular Dynamics Simulations and Lattice Dynamics*, J. Comput. Theor. Nanosci. 5 1.
- Ju Y. S., Goodson K. E.(1999): *Phonon Scattering in Silicon Films with Thickness of Order 100 nm*, Appl. Phys. Lett. **74**, 3005
- Lebon G., Jou D., Casas-Vázquez J.(2008): *Understanding non-equilibrium thermodynamics* (Springer, Berlin,).
- Liu W., Asheghi M.(2004): *Phonon–boundary Scattering in Ultrathin Single-crystal Silicon Layers*, Appl. Phys. Lett. **84**, 3819
- Mahan G. D., Claro F.(1988): *Nonlocal theory of thermal conductivity*, Phys. Rev. B **38**, 1963
- Maxwell J. C.(1867): *On the Dynamical Theory of Gases*, Philos. Trans. R. Soc. London **157**, 49
- Márkus F.(2011): *Can a Lorentz invariant equation describe thermal energy propagation problems?* (in *Heat conduction – Basic research*, ed: V. S. Vikhrenko) (InTech, Rijeka,).
- Márkus F., Gambár K.(2013): *Heat propagation dynamics in thin silicon layers*, Int. J. Heat and Mass Transfer. **56**, 495
- McKane A. J., Vázquez F.(2001): *Fluctuation Dissipation Theorems and Irreversible Thermodynamics*, Phys. Rev. E **64**, 046116
- Tzou D. Y.(1995): *The Generalized Lagging Response in Small-scale and High-Rate Heating*, Int. J. Heat Mass Transfer **38**, 3231
- Vázquez F., Márkus F.(2009a): *Size Scaling Effects on the Particle Density Fluctuations in Confined Plasmas*, Phys. Plasmas **16**, 112303
- Vázquez F., Márkus F.(2009b): *Size Effects on Heat Transport in Small Systems: Dynamical Phase Transition from Diffusive to Ballistic Regime*, J. Appl. Phys. **105**, 084915
- Vázquez F., Márkus F.(2010): *Non-Fickian Particle Diffusion in Confined Plasmas and the Transition from Diffusive Transport to Density Waves Propagation*, Phys. Plasmas **17**, 042111
- Vernotte P.(1958): *Les paradoxes de la théorie continue de l'équation de la chaleur*, Compt. Rend. Acad. Sci. Paris **246**, 3154
- Wang J. -Wang J. S.(2006): *Carbon nanotube thermal transport: Ballistic to diffusive*, Appl. Phys. Lett. **88**, 111909

Szerző:**Márkus Ferenc, PhD**

egyetemi adjunktus

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem Fizika Tanszék

H-1521 Budapest Budafoki út 8.

markus@phy.bme.hu, markusferi@tvn.hu

A NUKLEÁRIS ENERGIATERMELÉS JÖVŐBELI LEHETŐSÉGEI

RÁCZ ERVIN

Összefoglalás

Az energia és energiatermelés az emberek életével szoros kapcsolatban álló fogalmak. A nukleáris erőművek energiatermelésben való szerepe fontos, de erősen megosztja az embereket. Sokak által erősen bírált és ellenzett terület a nukleáris erőművek használata és fejlesztése (pl. a baleseti lehetőségek, vagy az elhasznált fűtőanyagok problematikái miatt), de többek által preferált terület is, hisz tagadhatatlan, hogy a világ energiatermelésének igen jelentős részét ma még atomerőművek adják. Bárhogy is nézzük, az atomerőművek kérdésköre jelentős és érdeklődésre tarthat igényt. Az energetika egy másik fontos kérdése lehet az is, hogy kis területre koncentrálódva, akár családi vagy kisközösségi méretű energiatermelésben gondolkodjunk, vagy éppen ellenkezőleg nagyerőművek építésében. Érdekes módon mindkettőben jelentős szerepet kaphat és játszhat a nukleáris típusú energiatermelés. A publikáció a nukleáris erőművek használatának jövőbeli lehetőségeiből mutat be néhányat, fókuszálva mind a kisközösségi, és családi energiatermelés, mind pedig a nagyterületi, térségi, országos vagy akár országok közösségét tömörítő nagyerőművek fajtáira.

Kulcsszavak: Energiatermelés, atommag hasadás, atommag fúzió, atomerőmű, mini atomerőmű, fúziós erőmű. .

The future prospects of nuclear power generation

Abstract

Role of the nuclear power plants at energy production can share the human population around the world. Many peoples word negative critics among to use nuclear power plants, but on the other hand, many others even prefer this kind of power plants at energetics. It is undeniable fact that nowadays, significant part of the energy production comes out from nuclear energetics on the world, so talking about the topic is up to date. A basic question of the energetics is the following: whether do we focus on concentrated, family- or small community-size energy production or inversely, do we work on large regional or large nuclear power plants? This publication will round the mentioned topic and give examples from ideas belong to the near future or future.

Keywords: energy production, fission, fusion, nuclear power plants, mini nuclear power plants, fusion reactors..

Bevezetés

Több, mint 7 milliárd ember él a Földön és az előrejelzések szerint az emberi populáció száma még jópár évig tovább fog növekedni. Az emberi civilizációk és embercsoportok fejlettségének egyik mércéje az energia ill. villamosenergia felhasználásuk, az a villamosenergia mennyiség, amit életükhöz, életvitelükhöz igénybe vesznek. Gondoljunk csak bele, hogy például egy gazdaságilag fejlett területen élő embertársunk mindennapi életéhez használt villamosenergia mennyisége sokkalta

nagyobb, mint például egy elszigetelten vagy elmaradott térségben élő ember villamosenergia felhasználása. Az elektromos eszközök térhódítása azonban prognosztizálható a technikailag jelenleg fejletlenebb államokban is, míg a technológiailag fejlett államokban pedig tovább bővül a modern technikák és elektromos eszközök használata. Összefoglalva tehát elmondható, hogy az idő előrehaladtával az emberiség villamosenergia igénye növekszik és növekedni is fog. A növekvő energiaéhséget pedig ki kell tudni elégíteni villamos energiával. Az embereknek szükséges villamos energiát a villamosenergia megtermelésével és az energia arányos elosztásával lehet az adott fogyasztók rendelkezésére bocsátani. Az életünkhöz szükséges villamosenergiát az energiatermelés folyamata során különböző energiahordozókból nyerjük. Mai ismereteink szerint a rendelkezésünkre álló energiahordozókat három nagyobb csoportra oszthatjuk: [a] a primer, fosszilis vagy nem-megújuló energiaforrások; [b] a primer, nem fosszilis, ilyenek a nukleáris energiahordozók; és [c] minden egyéb energiaforrás, ide sorolva a megújuló energiaforrásainkat. Az [a] csoportba tartozik jellemzően a kőszén, a kőolaj, a földgáz; megújuló és modern energiaforrások [c] pl. a napenergia, szélenergia, vízenergia, biomassza. A [b] csoportba sorolt nukleáris energiahordozóknak két nagyobb csoportját különíthetjük el: [b1] az atommag hasadáson (fisszió) alapuló energiatermelést; [b2] az atommag egyesítésen (fúzió) alapuló energiatermelést.

Ez a dolgozat kicsit a múlt, és a jelen, de inkább a jövő nukleáris energiatermelésének néhány talán meghatározó elemére tekint.

A maghasadást használó atomerőművekről

Manapság, ha nukleáris energiatermelésről beszélünk, akkor jellemzően a fentebb említett [b1] a maghasadáson alapuló villamosenergia termelés jut eszünkbe. A maghasadások láncreakcióban megvalósuló sorozata nagy mennyiségű energiát szabadít fel, mely energia energiatermelésre használható fel atomerőművekben. A folyamat jellemzően kis helyen nagy mennyiségű villamosenergia termelésre használható. A dolog szépséghibája azonban az, hogy az igen pozitívnak tekinthető végeredményt, a nagy mennyiségű megtermelt energiát, negatív hatások is kísérik. Ilyenek a maghasadásokat kísérő radioaktív sugárzások. A magasfokú radioaktivitás az élő szervezetek roncsolását és pusztulását okozzák vagy okozhatják. A kiégett nukleáris fűtőanyagok sorsa, tehát azok elhelyezése, tárolása, szállítása, cseréje, vagy éppenséggel az atomerőmű működésének biztonsági kockázatai (üzembiztonság, folyamatbiztonság, balesetvédelem), vagy a lehetséges nukleáris balesetek óriási gondot és rizikófaktort jelentenek. Egy apró hiba is végzetes szerencsétlenséghez, akár tömegszerencsétlenséghez és katasztrófához is vezethet, gondoljunk csak a csernobili vagy a fukusimai reaktorbalesetekre. Éppen a magas kockázati szint és lehetséges rizikófaktorok miatt rengeteg ellenzője és ellensége van az atomerőműveknek. Ma már vannak olyan országok, - ilyen pl. Németország és Japán, - ahol az ország teljes atomerőmű arzenáljának leállítását és leépítését tervezik a közeljövőben (szerző, 2012). Más országok, - ilyen pl. Franciaország – az energiaszükségletük drasztikusan magas hányadát (~77%) jelenleg is atomenergiából állítja elő és fedezi, továbbá tervezi is fedezni a következő időszakban is. Ma ott tartunk, hogy világviszonylatban kb. 300 000 MW teljesítményt, a villamosenergia termelés kb. 13-15%-át a világon jelenleg üzemelő 442 atomerőmű segítségével állítják elő (conserve-energy, 2012). Vannak államok, ahol ez a szám magasabb, ilyen pl. Franciaország 77%, Belgium 54%, Szlovákia 54%-kal, de

vannak olyan országok, ahol a számok alacsonyabbak, ilyen pl. Argentína 5%, Kína 2%, India 4%, Hollandia 4% (world-nuclear, 2012). Magyarországon az energiaszükségletek kb. 44%-át, tehát elég magas hányadát fedezzük a paksi atomerőmű által nukleáris úton előállított villamosenergiával. Lehet tehát szeretni, vagy éppen nem szeretni a nukleáris energetikát, de a szerepe ma (hazánkban sem) nem elhanyagolható.

Atomerőművek generációi, avagy út a kezdetektől a modern fissziós erőművekig

Az atomerőmű technikában a fissziós erőműveket modernitás és a bennük alkalmazott technológia szerint öt generációra bonthatjuk. A generációk rendszámának növekedése az erőmű technológiai fejlettségével analóg. A nukleáris erőművek generációkba sorolásakor az alábbi fő szempontokat veszik figyelembe: költséghatékonyság, üzembiztonság, környezeti biztonságosság, sebezhetőség, védhetőség, nagy vagy kis energiahálózatba való illeszthetőség, kereskedelmi képesség, fűtőanyag használat és ciklus (Goldberg, 2011).

Mindezek alapján az első generációs atomerőművek közé tartoznak a világ első atomerőművei, az atomerőmű prototípusok, amelyekben ma már kezdetlegesnek és elavultnak számító technikát és technológiát használtak a reaktor vagy reaktorok működtetésénél. Ilyen reaktor volt Shippingport (1957-1982) Pennsylvániában, a Dresden-I. (1960-1978) Illinos államban az USA területén, és Calder Call-I. (1956-2003) az Egyesült Királyságban. Második generációs atomerőműnek nevezzük az 1990-es évek végéig felépült és üzembe helyezett általános célú energiatermelő nukleáris erőműveket. Ezek közül üzemel ma a legtöbb a nagyvilágban, és a paksi atomerőmű is ebbe az osztályba tartozik. Tipikusan ebbe a generációs csoportba soroljuk a nyomottvízes, forraltvízes, nehézvízes, a gázhűtéses és továbbfejlesztett gázhűtéses technológián alapuló erőműveket. Harmadik generációs atomerőműnek nevezünk minden olyan nukleáris reaktort, amely valamely második generációs atomerőmű működése során történt továbbfejlesztésének eredménye. Ezeknél a típusoknál legtöbbször továbbfejlesztett üzemanyag technológia használatos, nagyobb termális hatásfok érhető el a működés során, további passzív biztonsági rendszerek kerültek beépítésre az emelt biztonság érdekében, illetve olyan standardizált dizájn kialakítására törekedtek a mérnökök, amelyek segítségével a fenntartási és a karbantartási költségek is csökkenthetők. A továbbfejlesztett jellemzők következményeként az ebbe a generációba tartozó reaktoroknál kb. 60 évre emelt hosszabb üzemélettartam (második generációs erőműveknél az üzemélettartam kb. 20-25 év esetleg 30 év) és a tüzelőanyag cella sérülések gyakoriságának csökkenése megfigyelhető. Talán érdekes megjegyezni, hogy az első harmadik generációs atomreaktort éppen az a Japán fejlesztette ki, aki manapság szinte a legkeményebben emeli fel hangját az atomerőművek használata ellen. A következő generáció a harmadik+ (III+) atomerőmű generáció. Ebbe a generáció osztályba sorolják azokat a harmadik generációs erőműveket, amelyeken még további számottevő fejlesztések történtek az üzemi, működési és működtetési biztonság területén. Ilyen típusok például a vízhűtéses, vízmoderátoros energiatermelő reaktorok közül a VVER-1200 kódjelű, a továbbfejlesztett CANDU reaktor (CANDU=Canadia Deuterium Uranium, egyfajta nehézvízes moderátorú és hűtőanyagú), gazdasági szempontból egyszerűsített forraltvízes reaktor (ESBWR a neve az angol névből képezett mozaikszó szerint). Végül, negyedik generációs atomerőműnek nevezünk minden olyan elméleti nukleáris reaktor dizájnt, amelyek tervei, kutatásai, fejlesztései jelenleg is folyamatban vannak. Ezek a reaktorok várhatóan 2030 körül vagy után

fognak üzemelni prototípusoktól eltekintve. Az ilyen reaktorokra jellemző a még jobban megnövelt biztonsági eljárásoknak való megfelelés, a megnövelt fűtőanyag hatásfok és élettartam, minimalizált nukleáris hulladék termelés, a nukleáris hulladékok újrahasznosítása vagy újrahasznosíthatósága, továbbá a csökkentett és lehetőség szerint minimalizált építési vagy bekerülési és üzemeltetési költségek. A negyedik generációs új reaktor dizájn a termikus reaktorok és a gyorsreaktorok területén jellemző. Új termikus reaktorok pl.: nagyon nagy hőmérsékletű reaktor (VHTR – very high temperature reactor), szuperkritikus vízhűtéses reaktor (SCWR – Super Critical Water-cooled Reactor), sóolvadékos reaktor (MSR – Molten Salt Reactor); illetve gyorsreaktorok, úgy mint: gázhűtésű gyorsreaktor (GFR – Gas-cooled Fast Reactor), nátriumhűtésű gyorsreaktor (Sodium-cooled Fast Reactor), ólomhűtésű gyorsreaktor (Lead-cooled Fast Reactor). (Aszódi, 2009)

Mini atomerőművek

Az atomerőművek egy érdekes csoportja az úgynevezett mini atomerőművek kategóriája. Ha atomerőműről beszélünk, általában olyan nagyerőműre gondolunk, amely egy nagytérség (pl. egy ország, vagy országrész) energiatermelésének olyan jelentős központi eleme, amelyből a térség energiaellátására elég szinte egyetlen darab. Egy nagy atomerőmű jellemzően 700 MW elektromos teljesítmény felett termel, de egy közepesen nagy atomerőmű is 300-700 MW elektromos teljesítményt produkál. Nem is nagyon gondolnánk, hogy lehet atomreaktorot kicsiben is készíteni! A mini atomerőművek – mint látni fogjuk – kistérségek, települések, farmok, kolóniák villamosenergia ellátását biztosíthatják, így akár kisgazdaságok részei is lehetnek. Jelenleg mini atomerőműnek nevezzük azon reaktorokat, amelyek maximum kb. 60 MW elektromos teljesítmény termelésére képesek. Mini atomerőmű létesítésének ötlete az Amerikai Egyesült Államokban született kb. 1960-ban. Az alapötletet az inspirálta, hogy lakott területektől távol, elszigetelten élő emberi kolóniák, telepek, kutatóállomások, települések számára is megoldottá váljék az energiaellátás. 1962-ben adták át az első mini atomerőművet a világon az Antarktiszon lévő McMurdo Sound-on. Ez az erőmű az MP-3A Nuke vagy Nuke nevet kapta, 1,5 MW elektromos teljesítményt termelt és 10 évig működött látva el villamosenergiával az ott élő kolóniát. Ezt követően elindult a mini atomerőművek térhódítása. Előbb az USA-ban a Big Rock Point-on (Michigan állam) épült egy másik mini reaktor, majd pedig az 1960-as évek második felében a Szovjetunió is elkészítette a maga KLT kódjelű mini reaktorait, amelyek nyomottvízes reaktorok voltak, kb. 35 MW elektromos teljesítményt termeltek, és célzottan tengerjáró és jégtörő hajók meghajtására es energiaellátására szolgáltak. Később Kína, Argentína, Dél-Korea, és Japán is megépítette a saját mini atomreaktorait. Napjainkban, óriási nagy fejlődés eredményeképpen igen érdekes mini atomerőművek és dizájn tervek is léteznek: vannak vízfelszín és földfelszín alatti reaktorok. Vízalatti típus pl. a Flexblue francia fejlesztésű reaktor. Méretei: kb. 100 m hosszú és 12-15 m átmérőjű hengeres konténer, amely 50-250 MW elektromos teljesítmény előállítására lesz képes. 60-100 m mélyen a tenger fenekére tervezik állítani és a reaktor hűtésében a hideg és állandóan áramló tengervíz közeg játszik szerepet. Föld alatti reaktor pl. a NuScale, a Hyperion vagy a Toshiba 4S nevű házi atomerőművek. Mindegyik moduláris, kapszulázott, természeténél fogva biztonságos és megszaladás-biztos all-in-one dizájn. Dimenzióit tekintve 20-25 m hosszú, 12-15 m átmérőjű, 10-11 m magas, kapszulát formáló konstrukciók ezek, 10-70 MW elektromos teljesítménnyel. Mindegyiket földfelszín alá beásva telepítik, kisméretű felépítménnyel, amely a kontrol egységeket tartalmazza. A rendszerek teljesen

gondozásmentesek kb. 10 évig. A mini atomerőművek tervei eléggé futurisztikusak is lehetnek, pl. nukleáris autó tervek is vannak már a Ford és a Cadillac birtokában. (Rác, 2011)

A jövő egy lehetséges útja: a magfúziót használó fúziós erőművek

Az energiatermelésnek a bevezetőben ismertetett [b2] típusa a magfúzió alapuló energiatermelés. Ez esetben két kis tömegszámú atommag indukáló, befektetett energia hatására egy nagyobb tömegszámú atommaggá egyesül vagy fuzionál. A folyamat energiámérlege szerint a fúziót olyan nagy mennyiségű energia felszabadulása kíséri, mely sokszorosa a maghasadás során felszabaduló energiának. A magfúzió folyamata nem természetidegen jelenség. A csillagok energiatermelése magfúzió alapul, így a mi Napunkban is magfúzió játszódik le. A nagy kérdés persze az, hogy le tudjuk-e hozni a Napot a Földre, azaz, meg tudjuk-e valósítani a magfúziót földi körülmények között? A kérdés azért merülhet fel, mert a magfúzió beindításához igen nagy energiára és speciális feltételekre van szükségünk. A fenti kérdésre a válasz mégis: igen. Sőt azt mondhatjuk, hogy már le is hoztuk a Napot a Földre, hiszen a Teller Ede által megálmodott hidrogénbomba a magfúzió során felszabaduló energiát használja rombolásra és pusztításra. De vajon képesek vagyunk-e a magfúziót barátságos célokra, pl. energiatermelésre használni? Úgy tűnik, erre a kérdésre is talán igen lehet a válasz. A probléma megoldásán dolgozik ma a fizikusok egy része. Két irányvonal mentén haladnak a kutatások. Az egyik irányzat a mágnesesen összetartott fúziós anyagot használó berendezés a tokamak és a sztellarátor, mint fúziós erőmű kifejlesztése. Jelenleg a világban – főleg Európában – igen sok helyen van már működő tokamak vagy sztellarátor, azonban ezek a berendezések energiatermelésre még nem alkalmasak. Olyan teszt berendezések ezek, amelyeken született kutatási eredmények segítségével szolgálnak egy demo fúziós erőmű tervezéséhez és építéséhez. E demo berendezés neve: ITER (International Termonuclear Reactor), és Dél-Franciaországban Cadarache-ban épül majd fel. Napjainkban az ITER tervezése folyik és az alapvető kivitelezési munkák kezdetüket vették. Az ITER még mindig nem lesz statikus energiatermelő reaktor, hanem az ITER-ben néhány másodpercig, esetleg percig lesznek képesek fenntartani a fúzió feltételeit. Ha majd minden jól sikerül, akkor úgy 2030-2050 táján az ITER tapasztalatait és eredményeit felhasználva készülhet el az első fúziós energiatermelő tokamak vagy sztellarátor. (Goldberg, 2011)

A másik irányvonal egészen más oldalról közelíti a kérdést, hiszen itt igen nagy teljesítményű lézerrendszerek jól fókuszált impulzusa és a fúziós céltárgy kölcsönhatására alapozzák a sikert. Ez lenne a lézeres fúzió, vagy röviden lézerfúzió és az ezen elven működő lézerfúziós erőmű. A lézerfúzió alapelve az, hogy nagyintenzitású lézerek fényét fúziós céltárgyra fókuszálják. A lézer fókuszában az igen nagy intenzitás plazmaállapotba hozza az anyagot, ami után különböző – most itt nem részletezett – lézerplazma-folyamatok eredményeképpen a fúziós – most már plazma állapotú – anyag összenyomódik. Az összenyomás igen rövid ideig tart (néhány pikomásodperc) de ennek hatására az anyag eléri a fúzióhoz szükséges sűrűséget. Ha a kellő sűrűség, hőmérséklet és összetartási idő együtt teljesül, akkor lejátszódhat a magfúzió a céltárgyban. A lézerfúzió igen sok formája áll kutatás alatt. (A lézerfúzió módzataival e dolgozat nem foglalkozik.) Jelenleg talán a leghíresebb lézerfúziós labor a Teller Ede által alapított, Egyesült Államokbeli NIF (National Ignition Facility). A stadion méretű laborban 192 fókuszált lézernyaláb fogja melegíteni és összenyomni a gömbölyű céltárgykamra

középpontjában elhelyezett apró céltárgyat. Az eredmények igen biztatóak! 2011-ben megtörtént az első teszt lövés a világ legerősebb lézerrendszere erősen legyengített 192 nyalábjával, míg 2012. júliusában már sokkal erősebb lézerenergiájú nyalábokkal végezték el a 192 nyaláb elsütését. A tesztek sikerültek, így a NIF lassan készen áll az első komoly targetkísérletek végrehajtására. Ha minden eredményes, akár a közeljövőben hallhatunk érdekes eredményeket a lézerfúzióról, és akkor már ki tudja milyen sikereket tartogat a jövő a fúziós energiatermelés terén. (Aszódi, 2009)

Hivatkozott források:

A szerző saját, személyes konzultációja - német szakemberekkel - alapján (Németország, Ludwigsburg, Ulm, 2012. június 18.)
<http://www.conserve-energy-future.com/NuclearEnergy.php>, 2012. július 25.
<http://www.world-nuclear.org/info/inf01.html> 2012. július 25.
Goldberg, S. M. - Rosner, R. : Nuclear Reactors, Generation to Generation, American Academie of Arts and Sciences, 2011.
Aszódi A. (2009): 1., 2., 3., 4. Generációs atomerőművek, ETE előadás, Budapest, 2009. február 12.
Rácz E. (2011): Mini atomerőművek, avagy lehetnek-e atomerőművek háztartások részei?; VI. Energetikai Konferencia "Háztartási Kiserőművek", Óbudai Egyetem, Kandó Kálmán Villamosmérnöki Kar, Villamosenergetikai Intézet, 2011. november 10.
www.iter.org 2012. július 25.
<https://lasers.llnl.gov/> 2012. július 25.

Szerző:

Dr. Rácz Ervin, PhD.

egyetemi docens

Óbudai Egyetem, Kandó Kálmán Villamosmérnöki Kar, Villamosenergetikai Intézet

racz.ervin@kvk.uni-obuda.hu

FIZIKUS ÚTIKALAUZ MILÁNÓTÓL FIRENZÉIG

SEBESTYÉN DOROTTYA

Összefoglalás

Hazai és külföldi városokat járva meglepően sok olyan látnivaló akad, ami valamilyen módon a fizikához, fizikatörténethez, vagy fizikusokhoz kapcsolható. Ezek bemutatása segítségével lehet a fizikatanárnak a fizika, illetve a fizikatörténeti órák színesítésében, sőt, időnként egy-egy fizikai törvény, vagy jelenség illusztrációja során is. Asszociációk keltésével segíthetjük a hallgatókat a fizika törvényeinek és az azokat felfedező fizikusok nevének felidezésében is. Emellett felkelthetjük az érdeklődésüket: talán saját maguk is keresnek majd ilyen típusú látnivalókat, miközben egy-egy városban sétálnak, esetleg az Interneten kereshetnek hasonló típusú látnivalókat. Olaszország északi részén, Lombardiában és Toszkánában járva, egy egész csokorra való, fizikával kapcsolatba hozható látnivalóra bukkantam. Ez a prezentáció ezeket kívánja bemutatni, a milánói dóm speciális „camera obscurájától” kezdve Pistoia városának hosszúságegységet rögzítő tábláján keresztül érdekes napórákat és képeket rejtő firenzei templomokig.

Kulcsszavak: fizikatanítás, fizikatörténet, napóra, festészet, camera obscura

A travel guide for physicists from Milan to Florence

Abstract

This presentation intends to give a scientific itinerary from Milan to Florence. Visiting national and foreign towns, we can find surprisingly large number of sights, which can be connected with physics, history of physics, or physicists. The presentation of these types of sights can help to the physics teacher in making colourful the lectures in physics or in the history of physics, even to illustrate some laws of physics. Causing associations we can help our students to call the laws and the physicists to their mind. Beside this we also can arouse their interest to look for such sights in the several countries and cities. Travelling through the north of Italy, namely Lombardy and Toscana, I found a lot of sights which can be brought to connection with physics. This presentation intends to show them from the special camera obscure of the cathedral of Milan through the table of the unit of length in Pistoia to the interesting sundials and paintings keeping in hide in some churches in Florence.

Key words: education of physics, history of physics, sundial, painting, camera obscura

Bevezetés

Utazásaim során az épületek, templomok, múzeumok festményei, emlékművek, szobrok, köztéri érdekességek között a fizikához, vagy fizikusokhoz kapcsolható látnivalókra bukkantam. Tapasztalataim azt jelzik, hogy ezek jól használhatók a fizika és a fizikatörténet órák színesítéseként, fizikai törvények illusztrációjaként. Ez alkalommal az Észak-Olaszországban talált, fizikával kapcsolatba hozható látnivalókra hívnám fel a figyelmet. Nem térek ki minden városra a jelzett országrészben, így csak itt említem Padovát, ahol Galilei tanított, vagy Páviát, amelynek egyetemén Volta oktattott fizikát. Milánó, Pistoia, Montecatini mellett sok szempontból szerepel Pisa és Firenze, miközben

ezekben a városokban is számos további érdekes látnivalót talál a fizika, vagy fizikatörténet iránt érdeklődő hallgató és tanár.

Egy hallgatói felmérés eredményére is utalok, ami azt igazolja, hogy valóban érdemes ilyen módon is tágítani a hallgatók ismeretkörét.

Milánó

A *milánói dőmban* a *camera obscura* idő mérésére történő alkalmazásával találkozhatunk. A Nap a dóm déli falán lévő kis lyukon keresztül a meridián vonalra vetíti fényét minden nap és így a kövezen a Nap képét látjuk. 1768-ban csillagászok helyezték el itt ezt a napórát. Olyan pontos, hogy régen a hívők délben bejöttek, hogy beállítsák a zsebóráikat. Mivel a katedrális túl szűk ahhoz, hogy a teljes meridián beleférjen, a téli napfordulóhoz tartozó útnak fel kell futni az északi falra.

Pistoia

Amikor a francia forradalom után, a XIX. században, a decimális méterrendszer fokozatosan terjedt el, fontos volt, hogy nyilvános épületek homlokzatán elhelyezett táblákon a különböző mértékegységek összehasonlítása megjelenjen. *Pistoia városházának* (Palazzo Comunale) falán a „firenzei kar” (braccio) kétszerese és a méter összevetése látható.

Pistoia városának egyik templomában egy költő – aki Dante kortársa, Boccaccio tanára volt - síremlékéről megismerhetjük a *középkori oktatás* hangulatát.

Montecatini

Montecatini városkában érdekes fizikai vonatkozásokra bukkantam. Két szomszédos utca viseli a két tudós itáliai professzor, *Volta és Galvani* nevét, akik a fizikatörténetben is egymás mellett szerepelnek. Az utcátáblákon – szokatlan módon, - a születésük és haláluk évszámát is feltüntették.

Érdekes *napórát* találunk egy házfalon és egy másik szokatlan órát egy régi tornyon, amelynek mutatói hat órás számlapon jelzik az idő múlását.

A termálfürdőiről híres városban, a *Spa Tettuccio nevű fürdőben*, 1918 nyarán *Maria Sklodowska-Curie* a termálvíz radioaktivitását vizsgálta és mérte.

Pisa

A *Csodák tere, mint naptár és óra*. A régmúlt időktől fontosak voltak a napnak egy speciális időpontját, vagy az évnek egy speciális idejét, a Nap helyzetét jelző órák és naptárak. Így az is előfordulhatott, hogy egy épületkomplexum is működött speciális napóráként, mint ahogy azt a pisai Csodák terén (Piazza dei Miracoli) láthatjuk. Itt a dóm és a keresztelőkápolna tengelye pontosan kelet-nyugati, a dóm homlokzata észak-déli irányú. Ez azt jelenti, hogy a homlokzat árnyéka minden délben pontosan magára a homlokzat vonalára esik, azaz nincs árnyéka. Másrészt a harangtorony (amit ma ferde toronynak nevezünk) a dóm-keresztelőkápolna tengelyétől úgy esik délre, hogy a dóm-torony tengely a téli napfordulón épp a napkelte irányába mutat. (Heilbron, 1995)

Pisa két, fizikához, ill. matematikához köthető híres szülöttét 400 év választja el egymástól.

A középkor neves matematikusa *Fibonacci*, akinek nevéhez kapcsolódó számsor széleskörű alkalmazása közül kiemelhető, hogy két egymást követő szám hányadosának határértéke a festészetben és építészetben régóta ismert és alkalmazott aranymetszés ún. aranyaránya. Szobra (1863) a Csodák terén lévő temetőben áll.

Ugyanitt egyébként egy *szélirányjelző és –sebesség mérő* is található.

Ahogy a művészettörténetből sok olyan épületet ismerünk, amelyek az *aranymetszés*en alapulnak, a pisai Csodák tere épületeinél szintén találunk erre utaló nyomokat. Az 1152 – ben tervezett keresztelőkápolna eredetileg kúpos tetejű volt, lyukkal a tetőn a keresztelőkút esővízzel való töltésére. A szabályos ötszög és az ötágú csillag alakja az aranymetszésből következik, ez utóbbi fedezhető fel a keresztelőkápolna eredeti formájában. Csak a XIV. században került a kupola a tetejére. (Tarabella, 2010)

Pisa és Galilei „kapcsolata” már a repülőtéren kezdődik, amit róla neveztek el. Galileit a Csodák terén lévő keresztelőkápolnában keresztelték meg 1564 február 19-én, a szülőháza is megtalálható a városban. A dóm és a ferde torony Galilei kísérleteinek vélt vagy valós színterei. A dóm csillárját, mint a lengő mozgás periódusidejének kitérésétől való függetlenségét igazoló vizsgálatainak alapját mutogatják, a tanítványa és követője, Vincenzo Viviani 1654-ben megjelent könyvében található információ alapján. Kiderült, hogy a ma látható lámpa csak később, Galilei Pisában való tartózkodása után került oda. Mostanában azonban azt is bizonyították, hogy lógott ott Galilei idejében egy másik fogadalmi lámpa, amely ma a pisai temetőben található. A ferde torony pedig közismerten feltételezett helyszíne a szabadesés vizsgálatának, de ennek történeti igazságtartalma kétséges, a torony lábánál lévő, erre utaló tábla és Viviani írásos emlékei ellenére.

Érdekes, hogy kb. újabb négyszáz év múlva szintén egy nagy fizikus, *Enrico Fermi* doktorált a pisai egyetemen.

Firenze

Galilei emléke Firenzében is több helyen felbukkan. Síremléke a *Santa Croce templomban* található. Eredetileg a templom harangtornya alatt temették el, - nézetei miatt az egyház nem engedte, hogy keresztény temetést kapjon a templom belsejében. Közel 100 évvel a halála után (1737) tették márvány szarkofágba és helyezték a templom belsejébe. A síremléken lévő szobrán az egyik kezében egy teleszkópot látunk, a másikat egy földgömbön tartja. A csillagok felé néz, alatta a Jupiter és annak - általa felfedezett, - négy holdja. Egyik oldalán az Asztronómiát, másikon a Geometriát reprezentáló nőalak, a kezükben lévő papírtekerccsen, ill. táblán érdekes ábrák láthatók.

A *Santa Maria Novella templom* jó példája a természettudomány és a művészet kapcsolatának. A XV. század második felében Leon Battista Alberti fejezte be a homlokzatot, aki a harmonikus arányosság elemeit alkalmazta, ami a Püthagorász-féle zenei harmónia alapján az egyszerű arányokra épül.

1572-ben Ignazio Danti, a geográfus, matematikus és csillagász két csillagászati eszközt helyezett el a homlokzaton, amelyekkel a Nap látszólagos mozgását tanulmányozta. Balra a két napéjegylenősségi övet szemléltető ún. armilláris gömb, míg jobbra egy kvadráns, amelynek az alapját adó márványlapokon két napórát találunk. Danti

számításai nagyon fontosak voltak az addig használt naptár korrekciója szempontjából: az új, un. gregorián naptár szerint 1582 október 4. után azonnal október 15. következett, amivel a Juliánusz naptár kis hibáját lehetett korrigálni. Ezenkívül látható a rózsablak fölött egy napórához tartozó lyuk, amin keresztül a napsugár a belső márvány kövezeten a meridián vonalat éri: a napéjegylenlőség és a napfordulók láthatók itt.

A templom szószékéről ítélte el 1614-ben a kopernikuszi rendszer eretnek világképét és az azt támogató Galileit egy dominikánus szerzetes. A templom belsejében Masaccio Szentháromság c. freskója építészeti terekre emlékeztet, ez az optika - szín- és fényhatások - alkalmazása a perspektíva kialakításában.

Az *Uffizi loggiájában* a XIX. század első felében 28 márvány szobrot helyeztek el, híres toszkán személyiségekre emlékezve. Az első Galilei (1851), aki teleszkópot tart a kezében, mint tudjuk, ezzel fontos felfedezéseket tett.

A *San Lorenzo templom* un. régi sekrestyéjének kupoláját díszítő kép - Pesello festette, valószínűleg egy csillagász segítségével, - az eget ábrázolja, tulajdonképpen egyfajta „planetárium”. A ptolemaioszi geocentrikus világképen alapul, tudományos fontosságát az égitestek helyének rendkívül precíz ábrázolása adja: pontosan jelzi az égitestek helyét 1442 július 4-én Firenze felett.

A *dóm (Santa Maria del Fiore)* számos érdekességet kínál a fizika szemszögéből. A homlokzat hátoldalán *Paolo Uccello órája* található, 1443 óta. Az arany hullócsillag alakú mutató úgy mozog a 24 órát jelző számlapon, mint egy napóra árnyékvetője, - az órajárással ellenkező irányban, - a XXVIII van alul. A modern órákkal szemben ez a régi “itáliai idő” szerint jár, amikor a napnyugtától mérték az időt: ez a városkapuk zárásának ideje volt. Később Galilei egy ingát tervezett az órához, javítva annak működését.

Domenico di Michelino 1465-ben készült festménye, a *Dante és az Isteni Színjáték* alkalmas lehet a modell fogalmának illusztrálására, ill. a művészetek (festészet és irodalom) és a tudomány (a XV. századi kozmológiai ismeretek) egymást kiegészítő jelenléteként a komplementaritás elvének illusztrálására. A képen jobbra Jeruzsálem látható a XV. századi Firenzeként ábrázolva. A festmény érdekes képet mutat a középkori világegyetem-felfogásról. A Föld körül az égi szférákat az ég kékjének különböző árnyalatú sávjaiként látjuk, ami megfelelt Nap, a Hold és – a Földön kívül - akkor ismert 5 bolygó helyének, míg az utolsó szféra az állócsillagok helye (a szférák száma eltér a dantei univerzumtól). Egy olyan Univerzum-konceptió illusztrációja ez, amit majd a kopernikuszi rendszer és Galilei csillagászati felfedezései megkérdőjeleznek.

Uccello „Lovas szobra” igazából egy festmény, ami egyike az első perspektíva-ábrázolásoknak.

Az *Ognissanti templomban (San Salvatore in Ognissanti)* érdekes képi bizonyítékát találjuk annak, hogy milyen volt a tudomány emberének dolgozószobája a középkor és a reneszánsz között. Botticelli freskója (1480), a *Szent Ágoston a dolgozószobájában*. A képen olyan tárgyakat látunk, amelyekre abban az időben a tudós gondolkodónak szüksége volt. A polcon lévőek között egy nyitott könyvben a görögök eredményeire utaló geometriai ábrák láthatók, egy egymutatós régi itáliai óra a napnyugta utáni első

órát mutatja. Egy – akkor fontos - csillagászati eszköz az un. armilláris gömb szintén látható itt.

A *Ponte Vecchio-n* középkori napórát látunk az egyik üzlet tetején, a híd közepén. Egy kis gyíkot ábrázoló szobor jelzi a napórán a déli irányt. Az árnyékvető árnyéka márványkehelybe vetődik, amit kis oszlopok osztanak az imádságok szempontjából fontos órákra.

A Palazzo Vecchio előtti loggiában *Cellini: Perszeusz* szobrának „kétcúsága” emlékeztet Bohr saját példájára a komplementaritás elvével kapcsolatban: ő egy érme két oldalához hasonlította a hullám- és részecske tulajdonságot. Miközben vagy az egyik, vagy a másik oldalát nézzük egy érmének, a pontos ismeretéhez mindkét oldal információjára szükség van. Így vagyunk ezzel a szoborral is: vagy előlről nézzük, vagy hátulról tekintünk rá, ez utóbbi esetben a fej hátsó felén a szobrász arcmasával találkozunk, de valószínűleg csak a teljes szobor ismerete ad igazi képet róla és mondanivalójáról.

Konklúzió

A képzőművészeti és építészeti alkotások – különösen a reneszánsz idején – sok esetben tudatosan kapcsolódtak a természettudományokhoz, elsősorban a fizikához. Ezért találunk olyan sok felhasználható illusztrációt az akkori itáliai művészetekben, amit a fizikához köthetünk. Jól illusztrálja ezt az a faintarziás kép (*Fra Giovanni da Verona munkája a Monte Oliveto Maggiore apátságban, Siena közelében*), ahol a perspektivikus ábrázolás szép példáját mutatva tudományos eszközök is szerepelnek egy templomi tárgyon. Másrészt a művészettörténet más korszakai is szolgáltatnak érdekes megfigyeléseket a festészet, építészet és a fizika, ill. matematika kapcsolatában.

Az oktatás szempontjából az ilyen formában közölt információknak a hallgatók általi elfogadottságát mutatja a fizikatörténeti kurzus végén, 35 fővel készült felmérés eredménye. A kérdőív erre vonatkozó kérdésére adott válaszok a következőképpen alakultak:

A „Fizikus szemmel Milánótól Firenzéig” előadás

- érdekes volt, segített a fizikai ismeretek bővítésében: 26%
- érdekes volt, más városokról is szívesen hallanék ilyen típusú előadást: 63%
- unalmas volt: 8,5%
- feleslegesnek tartom: 2,5%.

Hivatkozott források:

Heilbron, J. L.(1995): Churches as scientific instruments (*Annual Invitation Lecture to the Scientific Instrument Society, Royal Institution, London, 6 December 1995*)

Tarabella, L. Siderisvox(2010): A Star in the Baptistery of Pisa (I) *Aplimat vol. 3 , number1 (pp.176-182)*

Szerző

Dr. Sebestyén Dorottya

főiskolai docens

Óbudai Egyetem, Kandó Kálmán Villamosmérnöki Kar, Villamosenergetikai Intézet

sebestyen.dora@kvk.uni-obuda.hu

CSODÁLATOS MÁGNESGOLYÓK

HU DOBA GYÖRGY

Összefoglalás

Ritkaföldfém (elsősorban neodymium) ötvözetek segítségével igen erős mágnesek készíthetők. Ilyen szupererős mágnesekből készült 5 mm átmérőjű különféle bevonattal ellátott golyócskákat rendszerint 216 darabos tételben ($216=6^3$) meg lehet vásárolni, melyekből órákon keresztül, kinek-kinek fantáziájától és ügyességétől függően 2D vagy 3D alakzatokat lehet készíteni. A láthatatlan mágneses pólusok kölcsönhatásai révén különféle kristályrácsot és kristályhibát modellezhetünk. Egy fizikatanárt azonban nem elégitenek ki pusztán a formák, legyenek azok bármilyen változatosak. Arra is kíváncsiak lehetünk, milyen lesz az alakzat mágneses mintázata.

Kulcsszavak: *erős mágnesek, kristályrácsok modellezése, mágneses mintázat*

Abstract

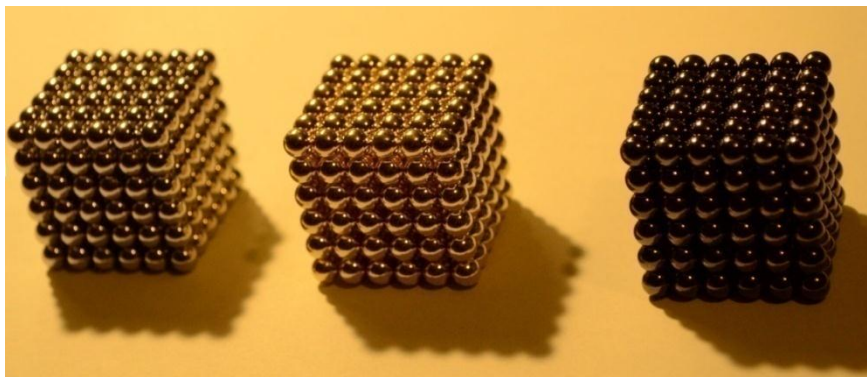
From the newly developed super strength magnetic neodymium balls unlimited forms and structures can be constructed. The 5 mm diameter magnetic balls, called buckyballs can be purchased in pockets of 216, arranged in a 6x6x6 cube. According to ones imagination a wide variety of 2D or 3D shapes can be formed, e.g. different crystal lattices or even vacancies. As a physic teacher we are interested about visualizing the magnetic pattern as well.

Keywords: *strong magnets, modeling of kristal - lattice, magnetic tick*

Bevezetés

A 216 darabból álló, 6x6x6-os kocka formában elrendezett szupererős, mágnesgolyót játékként árulják. A játéknak nincs előre meghatározott célja, kitűzött forma, amit meg kell valósítani, hanem a játékos saját fantáziájára van bízva (ld. Internet), mit szeretne, vagy inkább mit tud megvalósítani. Első próbálkozásként a kockaforma visszaállítása is nagy kihívást, akár több órás próbálkozást jelent a kezdő számára.

Maga a neodymium elég sérülékeny, ezért nikkellel bevonattal látják el, esetenként többszörös bevonattal (NiCuNi, NiCuNiCr), ami által különböző színű (arany, ezüst, fekete) golyócskákat kapunk. A golyók érzékenyek a hőmérsékletre, 80 °C fölött elvesztik mágneses tulajdonságukat.



1. ábra Különböző színű 216 mágnesgolyó kockaformába rendezve

Az erős mágnesek potenciális veszélyforrást is jelentenek. Mivel nagy mágneses energia koncentrálódik bennük, sérülékenyek, könnyen törnek (szétrobbannak), kárt tehetnek a közelükbe került mágneses adattárolókban (bankkártya, merev lemez, floppy diszk, ... stb.). Sokkal veszélyesebb tud lenni, ha pl. a szívritmus szabályozó működését befolyásolja. Kisgyermek hajlandóak elképesztő dolgokat fülükbe, orrukba dugni, vagy lenyelni. A lenyelt mágnesgolyó ferromágneses anyaggal, vagy egy másik hasonló golyóval összetapadva elroncsolja a belső szerkezetet, súlyos, akár halálos sérülést okozva.

A mágneses mező láthatóvá tétele

A mágneses teret speciális módon láthatóvá tudjuk tenni. A következőkben ismertetünk két ilyen lehetséges módszert, majd a néhány egyszerű struktúrát és annak láthatóvá tett terét mutatjuk be.

Mágneses mezőt láthatóvá tevő film (mágnesfilm)

Az állandó mágnesek, vagy az elektromos áram által gerjesztett mágneses pólusokat színváltozással teszi láthatóvá. Maga a film egy zselatinszerű mikrokapszulákat tartalmazó vékony réteggel bevont hajlékony műanyaglapka. A kapszulákban olajban szuszpendált kolloidális nikklerészecskék vannak. A nikklerészecskék ferromágneses tulajdonságúak, így mágneses tér hatására a mikrokapszulákban szabadon el tudnak fordulni.

Ahol a mágneses mező merőlegesen halad át a film síkján, a részecskék befordulnak az erővonalak irányába, mi által a film színe sötétebbé válik. Ahol az erővonalak a film síkjával párhuzamosan haladnak, a nikklerészecskék olyan irányban fordulnak el, hogy ott a film színe világosabbá válik. Vagyis ahol sötétebb a film, ott pólus található. Hogy északi, vagy déli pólus, az nem állapítható meg, ahhoz más eszköz, pl. Hall-szenzor szükséges. Minden esetre a sötét és világos tartományok kirajzolják a mágneses tér mintázatát. A kísérleteink során ezt fogjuk használni.

Vasfolyadék (ferrofluid)

A vasfolyadékot mintegy 30 évvel ezelőtt fejlesztették ki, és jelenleg ez az egyetlen folyékony anyag, amely reagál a mágneses térre. A vasfolyadékkal kapcsolatban az első szabadalmat a NASA nyújtotta be 1965-ben. Az űrprogram kezdeti szakaszában ugyanis arra gondoltak, hogy súlytalanságban a rakéta üzemanyagát mágneses térrel lehetne a kívánt helyre mozgatni.

A vasfolyadék nanométeres nagyságrendbe eső vasrészecskék (magnetit, vagy hematit) folyadékban levő stabil, kolloidális szuszpenziója. A mintegy 10 nm-es részecskék egy stabilizáló réteggel (sulfacant) vannak bevonva, amely még nagy gradienssel rendelkező mágneses térbe helyezve is megakadályozza, hogy azok összetapadjanak. (A „sulfacant”-nak tehát le kell győznie a részecskék között fellépő Van der Waals és a mágneses erőt.) A tipikus vasfolyadék összetétele: 5% mágneses anyag, 10% sulfacant és 85% hordozó folyadék.

Bár a vasfolyadék igen erősen reagál a mágneses térre, önmaga nem mágnes. Mágneses tér hiányában a részecskék mágneses momentumai véletlenszerűen helyezkednek el a folyadékban, eredő mágneses nyomatékuk zérus. Mágneses tér jelenlétében a részecskék mágneses nyomatéka beáll a tér erővonalainak irányába. A vasfolyadék azonnal reagál a külső mágneses tér változásaira, s megszűntével a részecskék mágneses nyomatékainak iránya nagyon gyorsan véletlenszerűvé válik. Ha az alkalmazott térnek gradiense van, a teljes vasfolyadék úgy válaszol, mint egy homogén folyadék, mely az erősebb mágneses fluxus irányába mozdul el. Ez által a vasfolyadék egy külső térrel pontosan beállítható és mozgatható.

A vasfolyadék a mágneses tér szemléltetésén túl a gyakorlati élet számos területén is alkalmazható. Néhány mechanikai (pl. tömítés, csapágyazás, csillapítás, ...) vagy elektromechanikai (pl. hangszóró, léptetőmotor, ...) jellegű eszközben máris alkalmazzák, és a jövőbeli felhasználására további nagy lehetőségek rejlenek még benne.

Építkezzünk!

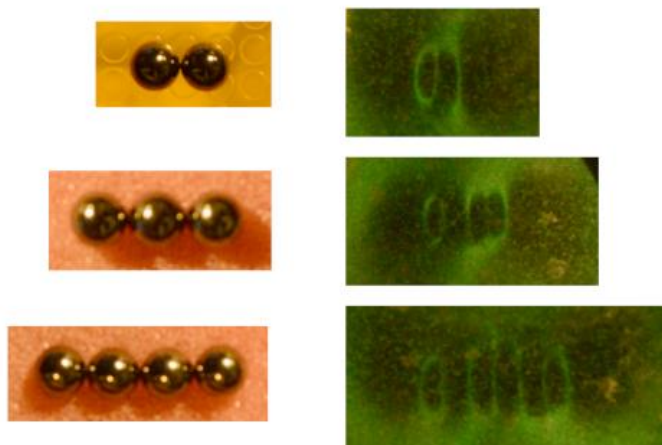
Az azonos építőelemekből (mágnesgolyócskákból) egy-, két- és háromdimenziós alakzatok, mintázatok hozhatók/jönnek létre. Ezen mintázatokban szimmetriák és szimmetriaműveletek (eltolás, tükrözés, forgatás) ismerhetők fel. A kristálytanból ismert lehetséges kombinációk számát azonban a mágneses tulajdonságok erősen korlátozzák. Az építőelem a golyócska, mely kétpólusúra van felmágnesezve:



2.ábra A bal oldalon a szokásos színek jelölik az É és D pólust, a jobb oldalon a mágnesfilmmel láthatóvá tett mező. Az É és a D pólus nem különböztethető meg egymástól.

Egydimenziós alakzatok

A mágnesgolyókat egymás után illesztve egy láncot hozhatunk létre.



2. ábra láncba rendezett golyók és mágneses terük

Kétdimenziós alakzatok

A legegyszerűbb kétdimenziós alakzatot úgy kapjuk, ha két láncot egymás mellé illesztünk. Ennek az alábbi két módja lehetséges:



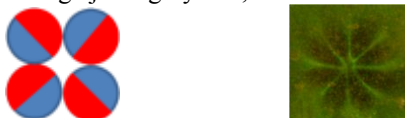
4. ábra Két lánc egymás mellé illesztési lehetőségei

Elsőként vizsgáljuk meg az a, esetet. Négy golyót egymás mellé helyezve az alábbi mágneses elrendeződést várjuk:



5. ábra A legkisebb 2D elrendezés

Mágnesfilmmel megvizsgálva azonban azt kapjuk, ilyen alakzat nem létezik. Az átló irányú tasztítások ugyanis elforgatják a golyókat, létrehozva az alábbi elrendeződést:



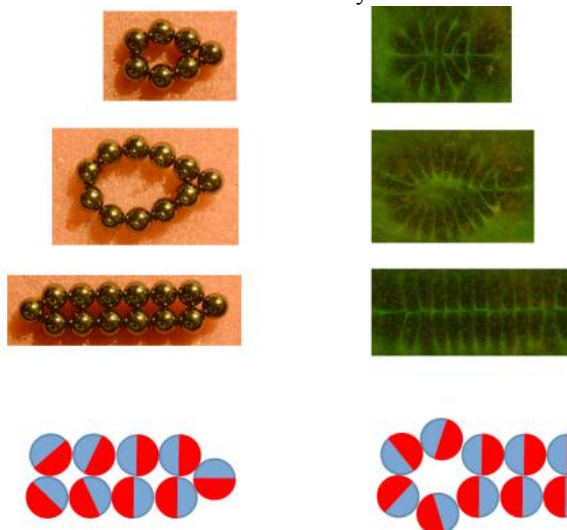
6. ábra Négy mágnesgolyó stabil elrendeződése

Hat golyót sem tudunk az a, alakzatba rendezni, szétugorva egy gyűrűt formálnak. Viszont középre behelyezhetünk egy újabbat. Az eredményt a 7. ábra mutatja.



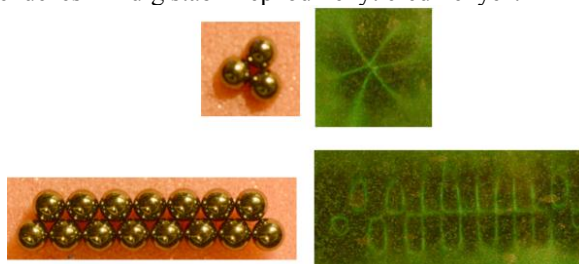
7. ábra Négy illetve öt mágnesgolyó és ez utóbbi mágneses tere

A további próbálkozások azt mutatják, az első stabil a, elrendezésű alakzatot kilenc golyóval tudjuk megvalósítani, úgy, hogy a kilencedikkel „lezárjuk” az előző nyolc golyó mágnes terét. A 8. ábrán bemutatunk néhány további elrendezést.

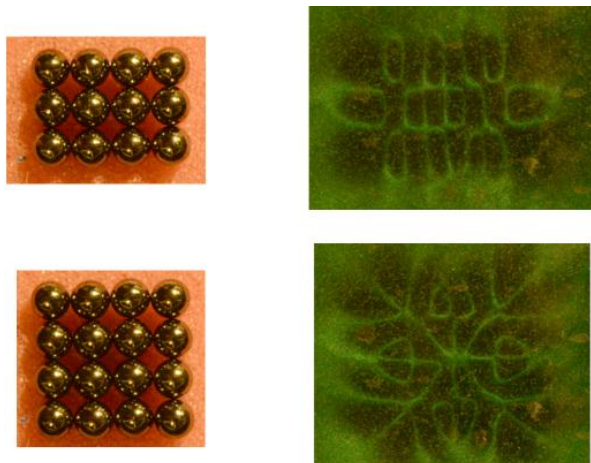


8. ábra Az első stabil alakzat 9 db. mágnesgolyóval valósítható meg, de ha legalább az egyik vég nincs lezárva, még a hosszabb lánc is kipúposodik

A b-vel jelölt elrendezés mindig stabil képződményt eredményez.



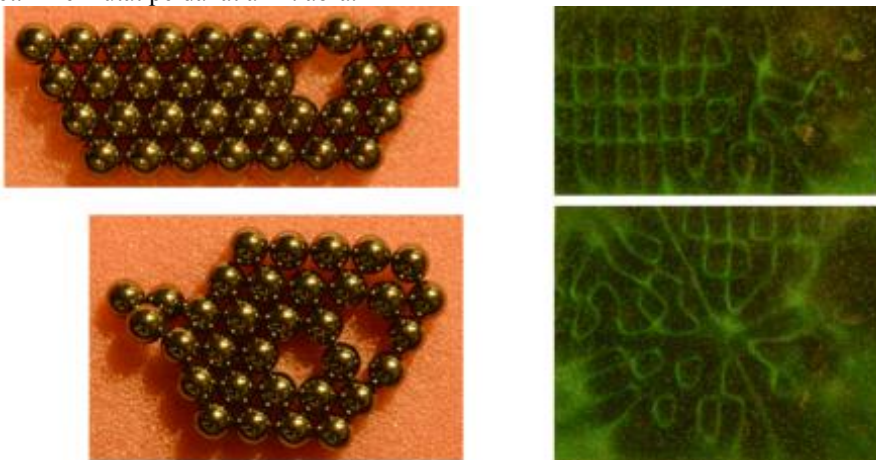
9. ábra Már a legkevesebb, három golyóból álló alakzat is stabil. További láncokkal növelhetjük az alakzat méretét. Ismét az a-val jelölt elrendezés az érdekesebb. Három sor még a várt eredményt adja, de négy sor esetén a mágneses mintázat itt is tud váratlan meglepetést okozni.



10. ábra A három és négy sorból álló 2D alakzat és mágneses mintázata

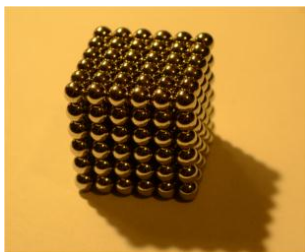
Felmerül a kérdés, a golyókból tudunk-e a ferromágneses anyagokra jellemző „domén”-eket kialakítani. Erre irányuló minden próbálkozásunk kudarcra van ítélve. A ferromágnesség ugyanis tipikusan kvantum-mechanikai effektus, az ún. kollektív viselkedés eredménye. Az Ising modell keretében a mágneses nyomatékok és a külső tér közötti kölcsönhatás mellett fellépő spin-spin kicserélődési kölcsönhatással magyarázható.

A mágnesfilmmel megvizsgálhatjuk különféle kristályhibák révén torzult mágneses teret. Erre mutat példákat a 11. ábra.



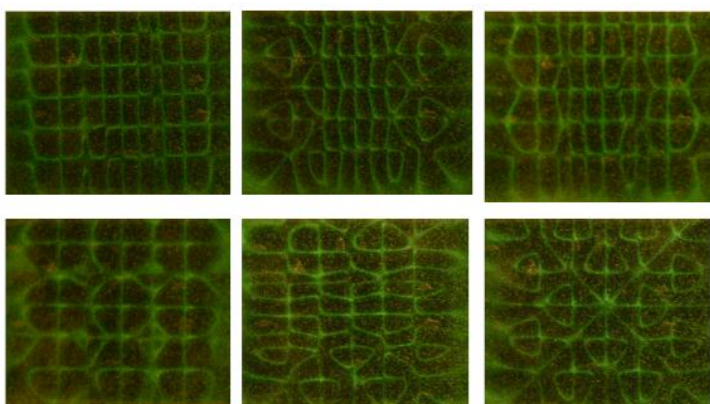
11. ábra „Kristályhibák” és a mágneses mintázatban okozott torzulások

Utolsó példaként vizsgáljuk meg a mágnesgolyókból felépített kocka felületének mágneses mintázatát.



12. ábra A mágnesgolyókból felépített kocka

A kocka maximális szimmetriát mutat, ugyanakkor a hat felszín mágneses mintázata a várakozásunkkal ellentétben mégsem tökéletesen egyforma. Ezt mutatja be a következő ábra.



13. ábra A mágnesgolyókból felépített kocka lapjainak mágneses mintázata

Összefoglalás

A mágnesgolyók (megfelelő elővigyázatosság mellett) szórakoztatóak, fejlesztik a kreativitást, a mágneses mintázatok láthatóvá tétele pedig hasznos segédeszköz a mágnesség jobb megismeréséhez és megismertetéséhez.

Szerző:

Hudoba György, dr

főiskolai docens

Óbudai Egyetem, Alba Regia Egyetemi Központ, Székesfehérvár

hudoba.gyorgy@arek.uni-obuda.hu

INFORMATIKA SZEKCIÓ



ÖNKISZOLGÁLÓ ÜZLETI INTELLIGENCIA RENDSZEREK OKTATÁSI TAPASZTALATAI

TAKÁCS VIKTOR LÁSZLÓ
BUBNÓ KATALIN

Összefoglalás

Az üzleti intelligencia fogalmát nagyon sokan, sokféle módon értelmezik. Alapját a komoly matematikai alapokon és módszereken nyugvó adatbányászat adja, azonban az üzleti intelligencia megoldások már rég túlnyúlnak a statisztikus adatbányászon. Az információs társadalomban az idő a legnagyobb érték, amely alatt a szükséges információ kikereshető, és feldolgozható a befogadó számára. Az információ minél hatékonyabban való megtalálását hivatottak a statisztikai illetve a mesterséges intelligencia adta lehetőségek biztosítani. Ugyanakkor napjainkban egyre fontosabb kérdés, hogy egyre gyorsabb és hatékonyabb legyen az információ befogadásának folyamata, amire szintén az üzleti intelligencia technológiák kezdenek megfelelő megoldásokat nyújtani, felhasználva például a közgazdaságtanban kialakított mutatórendszerek jó vizualizálhatóságát. Úgy véljük, ezt az interdiszciplináris tudományt mindenkinek más szinten kell az oktatásban bemutatnunk, attól függően, hogy milyen szakmát is tanul. Egy alkalmazott matematikust nyilván a technológiák matematikai alapjai érdeklik, a közgazdászt a közgazdaságtani, míg a gazdasági informatikusokat a technológia alkalmazása, konkrét szoftverek megismerése, mellyel könnyen, gyorsan kimutatások készíthetők például egy vezetői információs rendszerben, amiket aztán látványos, interaktív vizuális élményt nyújtó scénáriók futtatásával be is tud mutatni az üzletvezetők számára.

Kulcsszavak: üzleti intelligencia, adatbányászat, vezetői információs rendszer

Educational experience in self – service business intelligence systems

Abstract

There are many different definition about busieness intelligence. It based also on mathematical methods, like data mining, but nowadays business intelligence methods got ahead of statistical data mining. The age of information society our main value is the time while we get interesting and relevant information and process it for ourself. Statistics and artificial intelligence methods provide it. But the reception of information has to be much more intensive and effective. Group of busieness intelligence methods can solve it using visualization technologies for statistical scorecard. By our oppinion we must teach these technologies in different way in different levels in education, depend on students' chosen profession. Applied mathematicians interested in knowing mathematical funds of technology, economists want to know economical aspects, while business information managers should know concrete software techologies which provide making pivots fast in a management information system and interactive visual experience to running scenarios for corporate management.

Keywords: business intelligence, data mining, management information system

Bevezetés

Az információs technológiák alkalmazásának minden területén lezajlik az a fajta evolúciós folyamat, melynek során a kezdeti profi megoldásokat nyújtó, drága, „dobozos” vagy kihelyezett üzleti konstrukciók által kínált megoldásokat „demokratikusabb” rendszerek kezdik „leutánozni”, és funkcióiban, szolgáltatásaiban megközelítik – ritkán akár túl is szárnyalják – azokat. Nincs ez másképp a BI területén sem. Ezért idén az „Üzleti intelligencia a gyakorlatban” gyakorlatvezetőjeként úgy döntöttem, a Microsoft nagy számítási teljesítményt nyújtó adatelemző eszközének, a Power Pivot for Excel 2010 Excel-bővítménynek a megoldásait mutatom be a hallgatónak szemben a korábbi gyakorlattal, amikor a SAS üzleti intelligencia megoldásaival ismerkedhettek meg.

Kiválasztott szoftvercsomag

Felsőoktatásunkban a gyakorlati képzés során sajnos az idő rövidege miatt ritka, hogy egynél több gyakorlati alkalmazás (szoftver) bemutatásra kerülhessen az adott félév során, egyet mindenképp ki kell választani a piacon lévő kínálatból, amire erősebben koncentrálnunk, vagyis azt a lehető legteljesebb mélységében be kell mutatni. Gyakorlati szakemberként úgy véltem, jobb, ha egy olyan szoftvercsomagot választok, melynek gyártója már régóta uralja az irodai automatizálás szoftvereinek piacát, mára mindenki számára ismert felhasználói interfésszel rendelkezik, s így nem egy újabb környezet megismerésével megy el a rendelkezésre álló értékes idő.

Szakítva a korábbi hagyományokkal idén a Microsoft nagy számítási teljesítményt nyújtó adatelemző eszközének, a Power Pivot for Excel 2010 Excel-bővítménynek a megoldásait mutattam be a hallgatónak. A termék megfelelő Microsoft Office licencek birtokában ingyenes eszköz (Microsoft1, 2006-2012.), mely az Excel szolgáltatásait hivatott bővíteni forradalmian új technológiákkal, például a nagy (értsd több millió soros) adathalmazok gyors kezelhetőségével, hatékony adatintegrálással és az elemzések SharePoint 2010 szolgáltatásbeli megosztásának lehetőségével.

Választásomat az is indokolta, hogy szerettem volna megismertetni a hallgatókkal egy híres, de anyagi szempontok miatt valószínűleg csak nagyvállalatok számára megengedhető szoftvertermék helyett egy KKV-környezetben több szempontból is előnyösebb, főként olcsóbb megoldást.

A félév felépítése

Véleményem és saját szakmai tapasztalataim alapján a gazdasági informatikusok azok, akik kapcsolatot kell teremtsenek a gazdasági élet szereplői és a rohamosan terjedő technológiai megoldások szállítói közt. Rájuk lesz bízva, hogy felmérjék a vállalatuk és a technológia adta lehetőségeket, megbecsülik azok vállalati hatékonyság emelő értékét, pontosan definiálni tudják majd az általuk képviselt cég elvárásait, igényeit az IT-megoldások szolgáltatói felé, meg tudják kritizálni őket, ha szükséges. Munkáltatóik azt fogják elvárni tőlük, hogy a lehető leggazdaságosabb megoldásokat válasszák – hiszen kint a lét a tét, és minden fillér számít.

Hallgatóink diplomájukkal valószínűleg a KKV-szektorban, vagy közalkalmazottakként / köztisztviselőkként fognak elhelyezkedni a munkaerőpiacon. Ezekben a területeken sokszor nincs is szükség nagy adatelemzésekre, épp csak olyan forgalmi-statisztikai elemzésekre, kimutatásokra, amit az Excel natív megoldásaival már nem lehet elkészíteni, de drágább szoftverekbe beruházni anyagi vagy egyéb okokból nem fognak

munkaadók. Egyéb okok közé sorolnám azt is, amikor ismeretek hiányában feleslegesnek ítélik meg az üzleti intelligencia-megoldások alkalmazását, még ha könnyítene is a vállalati vezetők és az alkalmazottak feladatain, emelve a vállalkozás hatékonyságát és színvonalát. Úgy képezem, friss diplomával az egyetemről kijövő fiataljainknak példát is kell majd mutatniuk ezek megoldások terjesztésében, és meg kell győzni arról leendő munkaadóikat, hogy folyamatos és napra kész információkhoz jutva saját cégük működéséről lényegesen növelhetik vállalkozásuk eredményességét, ami biztosítja számukra a hosszú távon versenyben maradáást.

Próbáltam bennük tehát azt a szemlélet megalapozni, miközben elkezdünk ismerkedni a kiválasztott szoftvertermékekkel.

Gyakorlatok során először a következő néhány kérdés tisztázására, megbeszélésére kerítettünk sort:

- Miért vezetnek be a vállalatok üzleti intelligencia rendszereket és mire használják őket?
- Mire használjuk az üzleti intelligencia rendszereket?
- Üzleti intelligencia szoftverek és technológiák általában.
- Üzleti intelligencia konstrukciók és üzleti modellek.
- Ezután megbeszéltük a konkrét feladatokat, a félév menetét:
- Az Excel Power Pivot szoftver rövid bemutatása
- az adattárház, OLAP kocka felépítésének, adattartalmának leírása;
- adattárház kialakítása a letöltött forrásokból;
- legalább 5 dinamikus kimutatás elkészítése, esetleg vezetői dashboard plusz pontért;
- vezetői prezentáció a kialakított üzleti intelligencia megoldásra alapozva.

Mindezt csoportmunkában készítette, mert a gyakorlatokat biztosító vállalatok visszajelzése szerint az informatikai képzések nagy gyengesége, hogy a hallgatók nem képesek team-ben dolgozni, ezt a fajta munkát tehát gyakoroltatni, erősíteni kell.

A Power Pivot for Excel 2010 előnyei

Hatékony elemzőalkalmazások: nagy adathalmazok interaktív használatának lehetősége, különböző forrásokból származó adatok igen hatékonyan történő integrálása, kimutatások, szeletelők és az Excel 2010 többi ismert szolgáltatásának használata.

A félév időtartama alatt a konkrét elemző eszközök bemutatására és gyakorlására koncentráltunk. Bár projektszemléletben dolgoztunk, két-három ember választott egy feladatot, és együtt dolgozták fel azt.

Az OLAP fogalmi rendszerének tisztázása

Az OLAP és az adattárház fogalmak erősen összefonódtak. Ennek oka, hogy az adattárház döntéstámogatási, információszolgáltató feladatát OLAP elemzések és adatbányász feladatok információellátó feladatoként értelmezhetjük.

OLAP = On Line Analytical Processing, az online analitikai feldolgozás. A kilencvenes évek elején erősödött fel az igény az elemző, analitikai alkalmazások iránt, és ezzel együtt egy egységes módszertan és követelményrendszer felállítására.

1993-ban megjelent E.F.Codd - a relációs adatmodell (1970) szülőatyjának – és munkatársainak tanulmánya (Codd, Codd, Salley, 1993), melyben bevezetik az OLAP fogalmát, és az online analitikai feldolgozással szemben támasztott 12 pontos követelményrendszert. Ez a definíció az idők során iránymutatóvá vált, de a különböző

OLAP alkalmazás szállítók különbözőképp értelmezik ezeket az alapelveket. Annyi azonban biztos, hogy az OLAP mindig magában foglalja adatok interaktív lekérdezését, melyet az adatok analízise követ, és valamennyi üzleti intelligencia szoftverre igaz, hogy központi fogalma az adatok multidimenzionális nézete.

Az adattartalmak leírása

Adattárház kialakítása során a legnagyobb nehézség, amibe ütköztem, a kocka-szemlélet átadása volt a hallgatók számára. A mintaként használt gyakorló adattárházak már úgy voltak szervezve, hogy könnyedén kialakítható volt az OLAP-szemléletű adattárház, de amit a hallgatók maguk állítottak össze, azzal nagyon nehezen boldogultunk, mire az operatív (működési) szemlélettel készült adatforrásokból mutatószámalapú lekérdezés-optimalizált kocka-szemléletű adattárházak készültek. A kettő közti különbséget nagyon nehezen ragadták meg a hallgatók. Nehéz volt szakítaniuk az optimális tárolást szem előtt tartó adatbázis-szemlélettel, és megérteni, hogy adott esetben ez az alapelv felrúgható egyéb szempontok pl. üzleti haszon kedvéért.

Az információs társadalom egyik legfőbb jellemzője, hogy az "érvényes tudás" felezési ideje (az az idő, mialatt elavulttá válik) a fejlődés gyorsulása miatt jelentős mértékben csökken, így az információ kinyerését a felhalmozott óriási adattömegből a lehető leghatékonyabbá – leggyorsabbá kell tenni. Már nem az adatok tárolásának optimalizálását kell szem előtt tartanunk, hanem a visszakeresésük idejét kell csökkentenünk. Ezért hozunk létre egyáltalán nem optimális, sokszor reundáns tárolású adattárházakat, amelyekből azonban sokkal gyorsabban tudunk vezetői döntést támogató információt kinyerni. Persze mindezt nem tehetnénk meg megfelelő technikai háttér nélkül, de gondoljunk arra, míg 20 évvel ezelőtt mekkora volt egy számítógép winchester tárolókapacitása, most milyen eszközeink vannak!

Mindez persze nem azt jelenti, hogy minden koncepció nélkül hozunk létre adattömegeket! A kialakításra került adatkokkát értelmezni kell tudni, le kell tudni írni az adattartalmát, vagyis meg kell tudnunk fogalmazni értelmes riport-kérdéseket. Az adattárház kialakításához kapcsolódóan bemutatásra került egyfajta matematikai formalizmus (Bács, Hódos, Papp, Takács, 2012.), melynek használatát igyekeztem megkövetelni hallgatóimtól. Eleinte erős ellenérzéssel, gyanakvással fogadták a dolgot, de aztán hamar ráéreztek, hogy az adattartalmak, riportok és kimutatások milyen szabatosan, matematikailag pontosan leírhatók ennek segítségével, tehát sikerült egyfajta logikai adatmodellező nyelvet alkotnunk a kocka felépítésnek, adattartalmának leírására. Ha nem is élvezték nagyon, de kétségtelenül elismerték a formalizmus használatának szükségességét.

Adattárház kialakítása a letöltött forrásokból

Hallgatóimnak rendelkezésre bocsátottam egy gyűjteményt a munkájukhoz szükséges adatforrásokból. Ezen kívül persze saját ötleteket is hozhattak, de hasznos adatforrásként sajnos keveset tudtunk alkalmazni ezekből. Elő is lehetett állítani saját adatforrást, pl. idődimenziót építettünk Excel-függvények használatával (pl.: Év, Hónap, Most, Összefűz, Ha).

Dinamikus kimutatások és vezetői dashboardok készítése

A mintaadatbázison az adattárház kialakítását együtt végeztük el a gyakorlatok során. Hallgatóim kreativitásukat inkább a dinamikus kimutatáskészítéskor élhették ki. Némelyikük megpróbálkozott egész dashboard-féle elmezéssel is, de a klasszikus

értelemben vett dashboard-technológia szintjét azért nem ütötte meg sajnos egyik elkészült munka sem. Ennek oka egyértelműen a koncepció hiánya, amit annak tudok be, hogy hallgatóimnak nincsenek valós tapasztalatai az üzleti életből.

A koncepciónélküliség és tapasztalathiány okozta hibák kiütköztek az egyszerűbb kimutatásokban és a vezetői prezentációkban is.

Ugyanakkor születtek érdekes és szép megoldások, amiből látszott, a technológiát sikerült a félév során elfogadható szinten elsajátítaniuk. Néhány képernyőképpel illusztrálnám ezt:

Számonkérés

Már az első órákon, a hallgatókkal való ismerkedő beszélgetéseink során sajnos azt tapasztaltam, leendő szakmájukat nem tudják elhelyezni a gazdasági szakmák közt, maguk sem tudják, mi lesz a feladatuk gazdasági informatikusként.

Igyekeztem tehát a félév egészét és a számonkérést is úgy igazítani számukra, hogy az megközelítse a leendő munkahelyükön velük szemben támasztott elvárásokat.

A félév zárásaként elkészített vezetői bemutatót közösen értékeltünk a csoporttal, kitérve a konkrét technológiai alkalmazások részletes megbeszélésére. De nemcsak a technológiai hibákra hívtam fel a figyelmet, hanem a gyakorlati üzleti életben koncepcionálisan elfogadhatatlan megoldások kikorrigálására is kitértünk minden egyes bemutató kapcsán.

Összegzés

Mindent egybevetve elmondható a féléves kurzusról, hogy a hallgatók kis segítséggel sikeresen megoldották a kitűzött feladatokat, születtek szép munkák, ami biztató kezdetnek ígérkezik gazdasági informatikus pályájukon. Úgy vélem, nem haszontalan ismeretekhez jutottak, hanem olyan gyakorlati alapokhoz, amely az üzleti életben, a közsférában egyaránt piacképes, „trendi”, modern. Talán ma még csak „jó pont” állásinterjún egy pályakezdőtől, ha ismer ilyen technológiákat, de érzésem szerint a következő években egyre inkább elvárásaként fogalmazódik majd meg velük szemben.

Hivatkozott források:

Microsoft1. (2006-2012). Data Analysis Expressions (DAX) Sample Data, forrás: <http://powerpivotsdr.codeplex.com/releases/view/35434>. Letöltés dátuma: 2011.09.10.

Microsoft2. (2006-2012). PowerPivot for Excel Tutorial Sample Data-v.2. Letöltés dátuma: 2011.09.10.

Williams S., Williams N.(2006):The Profit Impact of Business Intelligence, Morgan Kaufman

Arató B. (főszerk.)(2011): Az üzleti intelligencia évkönyve 2011, Budapest, BI Consulting Kft., 2011.

Jánosa A.(2010): Üzleti intelligencia alkalmazások, Budapest, Computerbooks

Luhn, H.P.(1958): A Business Intelligence System. In: IBM Journal of Research and Development, Vol. 2.(4), P. 314.

Codd E.F., Codd S.B., Salley C.T.(1993): Providing OLAP (On-line Analytical Processing) to User-Analysts, Codd & Date, Inc.

Bács Z. – Hódos A. – Papp A. – Takács V. L.(2012): Üzleti intelligencia a közsférában. Debrecen, DEIK Szakmai Napok, 2012. Forrás: <http://egipilot.unideb.hu/biips/>. Letöltés dátuma: 2012. 04. 10.

- Takács V. L. – Bubnó K.(2012): Infokockák n-dimenziós formalizmusa. In: Professzorok az Európai Magyarországért Egyesület III. PhD konferenciája „A fiatal kutatók Magyarország megújulásáért”, Budapest, 2012. Forrás: <http://egipilot.unideb.hu/bifuggvények/#!/Cím>. Letöltés dátuma: 2012. 04. 20.
- Takács V. L.(2012): Adattárház-animáció. Forrás: <http://egipilot.unideb.hu/cubes/>. Letöltés dátuma: 2012. 04. 10.
- Sidló Cs.(2011): Összefoglaló az adattárházak témaköréről, Budapest, ELTE, 2004. (<http://scs.web.elte.hu/Work/DW/adattarhazak.htm#13>). Letöltés dátuma: 2011.09.10.

Szerzők:

Takács Viktor László

PhD hallgató

Debreceni Egyetem, Informatikai Tudományok Doktori Iskola

takacs.viktor@fin.unideb.hu

Bubnó Katalin

PhD hallgató

Debreceni Egyetem, Geometria Tanszék

bubno.katalin@science.unideb.hu

SZÁMÍTÓGÉPPEL SEGÍTETT TERVEZÉS OKTATÁSA AZ ÓBUDAI EGYETEM REJTŐ SÁNDOR KARÁN

AMBRUSNÉ SOMOGYI KORNÉLIA
GYÖNGYNÉ MAROS JUDIT

Összefoglalás

Az Óbudai Egyetem Rejtő Sándor Könnyűipari és Környezetmérnöki Karán 3 szakon oktatjuk a hallgatókat: könnyűipari, környezetmérnöki és ipari termék- és formatervező szakokon. A könnyűipari szak csomagolástechnológus hallgatói az ArtiosCAD-del, a csomagolóipar számára készült, népszerű strukturális tervezőszoftverrel ismerkedhetnek meg.

Az ipari termék- és formatervezők oktatásában is szerepel a Corel és az Adobe programok oktatása, illetve különböző tervezőprogramok megismerése.

Intézetünk elsősorban az ipari termék- és formatervezők oktatása céljából megvásárolta a Solid Edge St 4 3D-s tervező programot. A program segítségével hallgatóink megismerkednek mind a hagyományos (parametrikus), mind a szinkron testmodellezés eszközeivel, a program által nyújtott lehetőségekkel. Bár a programot még nem régóta használjuk, kedvező tapasztalatokról, a programrendszer oktatásban való alkalmazhatóságáról számolunk be. Kitérünk a program általános oktatási célú használhatóságára is, pl. geometria, műszaki rajz, mozgás szimuláció stb. tantárgyi témakörökben.

Kulcsszavak: *hagyományos modellezés, szinkron modellezés, CAD programok*

Teaching computer aided design at the Rejtő Sándor Faculty of Óbuda University

Abstract

At the Sándor Rejtő Faculty of the Óbuda University we are teaching the students on three specialities: light industrial engineer major, environmental engineer major, industrial product and art designer major. The students meet the computer not only in the ground training, but in more subjects too.

The environmental engineering students learn geographic information system. The light industry engineering students study Corel Draw, Adobe programs and optional subject is the Autocad.

For the packaging and paper manufacturer specialization we made an ESKO. Our students get acquainted with ArtiosCAD. This is a popular, structural planning software for the packaging industry. Our institute came this software free of charge, to use it in the education.

Our institute – principally for the education of students of industrial product and art designer major – purchased the Solid Edge ST4 3d planning program. By the help of this program our students get to know tools of both the traditional (parametric) all synch modelling, the facilities of program. Although we use this program not for a long time, we can tell about favourable experiences. We pan out about the availability of this program in the education: for example in the subject of geometry, technical drawing, movement simulation, etc...

Keywords: *traditional modelling, synch modelling, CAD programs*

Bevezetés

Az Óbudai Egyetem Rejtő Sándor Könnyűipari és Környezetmérnöki Karán 3 szakon oktatjuk a hallgatókat: könnyűipari, környezetmérnöki és ipari termék-és formatervezői mérnök szakokon. Az alapozó képzés informatika oktatásán túl hallgatóink több tárgyban is találkoznak számítógéppel.

A környezetmérnök szakon térinformatikát minden hallgató tanul, környezetinformatika szakirányon pedig további tárgyaink vannak.

A könnyűipari szak nyomda-média szakirányán a kiadványszerkesztéshez szükséges programok oktatása folyik – Corel Draw, Adobe programok: Indesign, Illustrator, Photoshop. Ezek a programok bizonyos mértékig a többi szakirány tananyagában is szerepelnek. Választható tárgyként az Autocad oktatása is megjelenik a karon.

A könnyűipari szak csomagolástechnológus szakiránya számára a Partners Hungary Kft. segítségével egy 17 munkahelyes ESKO kompetencia központot hoztunk létre, ahol hallgatóink az ArtiosCAD-del, a csomagolóipar számára készült, népszerű strukturális tervezőszoftverrel ismerkedhetnek meg. Intézetünk térítésmentesen, oktatási feladatok ellátására jutott hozzá a tervezőszoftverhez.

Az ipari termék- és formatervezők oktatásában is szerepel a Corel és az Adobe programok használata, illetve modulválasztásuktól függően különböző tervezőprogramok megismerése.

Tervező programok oktatása két szakunkon folyik, a könnyűipari és a formatervezői szakon. Előadásunkban a Médiatechnológiai és Könnyűipari Intézet 3D-s oktatásáról számolunk be.

Könnyűipari szak

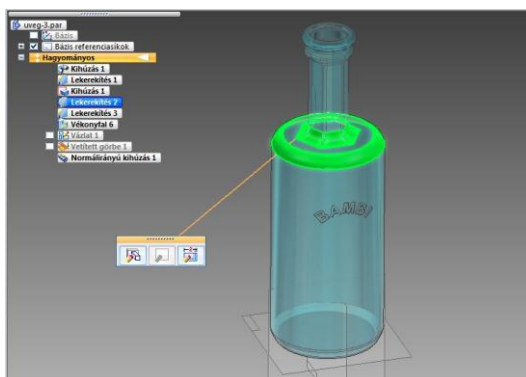
A belgiumi székhelyű (Gent) EskoArtwork NV a világ vezető csomagolástechnikai előkészítő rendszereinek szállítója, meghatározó szereplője az integrált csomagolástechnikai és nyomdai rendszereknek. Az ipari igények megkövetelik, hogy a hallgatók korszerű, a világ élvonalába tartozó szakmai ismeretekhez jussanak. Ez a felismerés vezette az ESKO és a Partners- Hungary Kft-t, hogy segítse a hazai csomagolástechnológus mérnökképzést. A magyarországi képviselő, a Partners Hungary Kft. segítségével és közreműködésével az Óbudai Egyetem RKK Médiatechnológiai és Könnyűipari Intézetében működik egy, a munkahelyek számát tekintve egyedülálló, 17 munkahelyes ArtiosCAD tervezőrendszer. A kompetenciaközpont által biztosított előnyöket kihasználva a hallgatók és az oktatók mindig a legfrissebb verzióval találkoznak a laboratóriumban. Az intézet térítésmentesen, oktatási feladatok ellátására jutott hozzá a tervezőszoftverhez.

Az ArtiosCAD a világ legnépszerűbb csomagolóipar számára készült strukturális tervezőszoftvere. Olyan eszközökkel van ellátva, amelyeket kifejezetten a csomagolási szakma számára, azon belül is a strukturális tervezés, a termékfejlesztés, a digitális prototípuskészítés és a gyártás számára terveztek, ezáltal is megnövelve a cégen belüli termelékenységet. Ideális termék azon tervezők számára, akik munkájuk során hullám- és kartontermékekkel dolgoznak. A rendszer bővítéseként beüzemelésre került egy gyors prototípuskészítő berendezés is, így a hallgatók a számítógépen megtervezett csomagolóeszközt el is készíthetik. A Kongsberg XE-10 egy új, lekicsinyített eszköz a kisebb formátumú munkákhoz. A Kongsberg XE-10 asztal speciálisan a nagy sebességű és kiváló minőségű *kartondoboz* mintakészítésre lett tervezve. Az XE-10 asztal hasznos

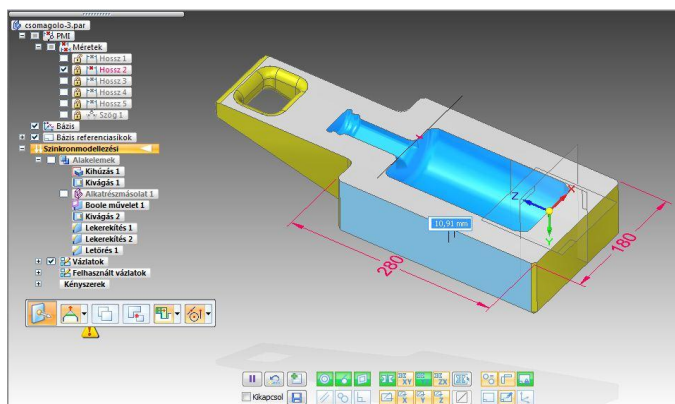
munkaterülete 800x1100 mm, a legnagyobb asztalra helyezhető ív mérete pedig 900x1200 mm.

Ipari termék és formatervező szak

Intézetünk elsősorban az ipari termék- és formatervezők oktatása céljából megvásárolta a Solid Edge St4 3D-s tervező programot. A formatervezésben nemcsak a szabályos geometriai formáknak, hanem a látványtervnek, az anyagnak, a felületek kialakításának is lényeges szerepe van. Formatervezési szempontból lényeges, hogy a funkcionálisan elképzelt alakzat az esztétikai követelményeknek is eleget tegyen. A program segítségével hallgatónk megismerkednek mind a hagyományos (parametrikus), mind a szinkron testmodellezés eszközeivel, a program által nyújtott és lehetőségekkel. A program lehetőségeit egy üvegalack és csomagolása segítségével tekintettük át.



1. ábra: Hagyományos modellezés



2. ábra: Szinkron modellezés

A tervezés során a következő módszertani megfeleltetést követjük:

- hagyományos modellezéssel alkatrészt tervezés → üvegalack
- szinkronmodellezéssel alkatrészt tervezés → csomagoló féldarab
- lemezalkatrész tervezés → címke
- szerelés tervezés → üveg + címke + csomagoló féldarabok

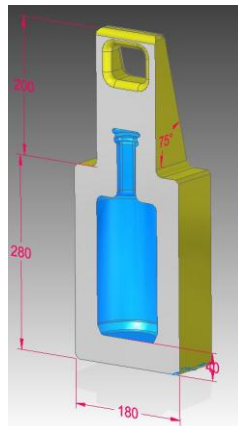
- szerelésből készített, asszociatív alkatrészterv → dugó

Az üvegpalack parametrikus modellezéssel, 2D-s rajzolással, forgáskihúzással készült – lekerekítések alkalmazásával, vékonyfal beállítással. A rajta lévő feliratot a síkban megírva, majd az üvegre rávetítve normál irányú kihúzással készítettük. Az üvegre helyezhető címke lemezalkatrészként készült, az üveg palástjára hajlított alkatrészként, azt „kihajlítva” egy spline-görbe kontúrral körbevágott címkét terveztünk.



3. ábra: Üveg és címke

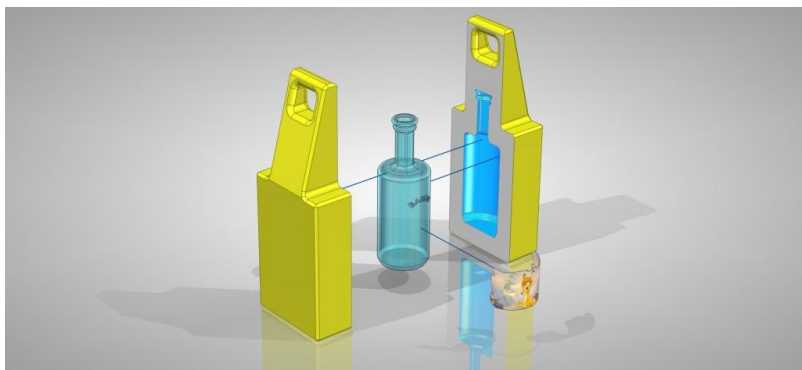
Az üvegpalackra egy két félből összeállítható, műanyaghab csomagolást terveztünk. A szimmetria miatt elegendő az egyik fél modellezése, amit a szinkron módszer alkalmazásával végeztünk el. Az üvegpalack helyét az alkatrészben a palackból módosítással létrehozott tömör minta segítségével terveztük meg. Ez a minta megmutatja a testek közötti Boolean műveletek logikáját, közben az alkatrészmásolat fogalmát is megismertük.



4. ábra: Csomagolás

Az alkatrész tervezésének befejező fázisában letöréssel és lekerekítésekkel láttuk el a csomagoló felet, valamint felületenkénti színezést adtunk.

Az alkatrészeket elkészítésük után egymáshoz kell illeszteni, ez a szerelési művelet. Felhelyeztük az üvegpalackra a címkét, átpozícionáltuk a palackot a csomagoló felek között (elforgatás), majd ütközésvizsgálatot végeztünk. Az ütközésvizsgálat eredménye alapján a szerelésen belül módosításra került a csomagoló fél üregének méretezése, így már behelyezhetővé vált a felcímkézett palack. Megismertük a perspektív vetítést is és egy robbantott rajzi ábrázoláshoz robbantott nézetet készítettünk.



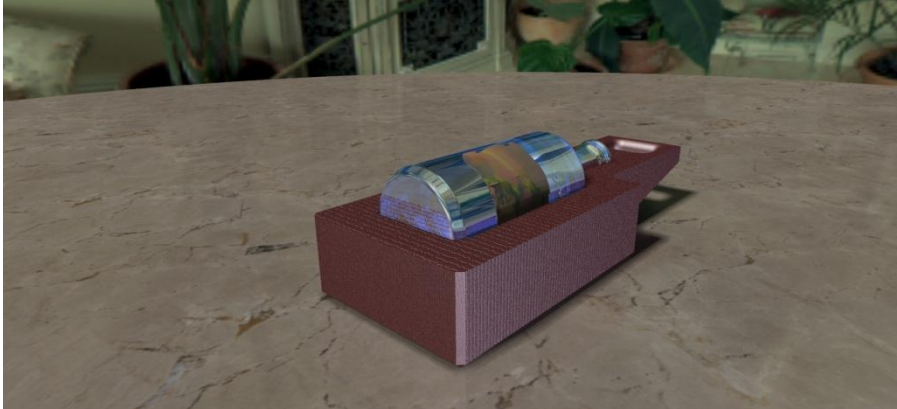
5. ábra: Robbantott ábra

A szerelésen belül az alkatrészeknek textúrát is adhatunk, ezáltal is valószerűbbé téve a megjelenítést. Az üvegpalackhoz dugó is tartozik, ezt az alkatrészt a szerelésen belül hoztuk létre, felhasználva az üveg nyakának megfelelő felületeit.



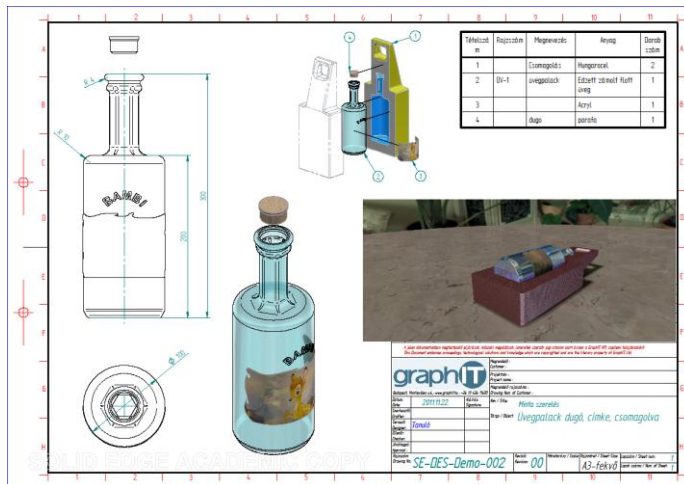
6. ábra: Szerelés dugóval

A fotó realiztikus kép elkészítéséhez egy un. pásztasugaras algoritmust használó képkalkotási műveletet használ minden 3D-s testmodellező rendszer.



7. ábra: Renderelés

A gépészeti műszaki rajz jelölésrendszerétől eltekintve, formatervezési tervként is szükséges papíralapú dokumentációkat létrehozni, a 3D-s objektumokról 2D-s nézeti képek alkotására alkalmazható alapvető eljárásokat is megismertünk.



8. ábra Rajz készítése

Tapasztalatok

A hallgatóink ebben a tanévben találkoztak először ezzel a programmal. Tapasztalataink jók, a program nagyobb szabadságot biztosít a csak hagyományos modellezést használó tervező programoknál. Nagyon előnyös, hogy itt a 2D-s és 3D-s tervezést, rajzolást együtt tudják használni. Előnyös az is, hogy a kétféle modellezési technika átjárható, mindig kiválasztható az éppen célszerűbb módszer. A program adatokat vehet át más tervező rendszerekből is, s nemcsak a termék és formatervezés, de akár az ábrázoló geometria oktatásánál is jól használható.

A program nagy előnye még, hogy nemcsak az egyetemi labor gépeire telepíthettük, hanem az oktatási verziót hallgatóink haza is vihették, s a programba beépítve is nagyon jó oktatóprogram található.

Hivatkozott források:

Rabb L.: SOLID EDGE ST4 dizájn, formatervező alaptanfolyam, graphIT Kft
<http://www.graphit.hu/plmsupport>

Szerzők:

Ambrusné Dr. Somogyi Kornélia, PhD

docens

Óbudai Egyetem, Rejtő Sándor Könnyűipari és Környezetmérnöki Kar,
Médiatechnológiai és Könnyűipari Intézet
a_somogyi.kornelia@rkk.uni-obuda.hu

Gyöngyné Maros Judit

adjunktus

Óbudai Egyetem, Rejtő Sándor Könnyűipari és Környezetmérnöki Kar,
Médiatechnológiai és Könnyűipari Intézet
maros.judit@rkk.uni-obuda.hu

SZABAD SZOFTVEREK ÉS KÖZÖSSÉGI OLDALAK A VÁLLALATI INFORMÁCIÓS RENDSZEREK OKTATÁSÁBAN

KORMÁNY ESZTER

Összefoglalás

Y generáció vagy ezredfordulós generáció, amelybe a 1980-as évektől a 2000-es évek elejéig születettek sorolják, ez az a korosztály, akit oktatunk. Egyfelől a számítógéppel együtt nőttek fel, másik oldalról a tudásuk nem áll biztos alapokon, türelmetlenek, minden őket érdeklő kérésre azonnal tudni akarják a választ. A világhálót használják információszerzésre, kapcsolattartásra. Közösségi háló böngészésével töltik az idejük nagy részét. Közösségi oldalakat ma már a vállalatok is használják kapcsolattartásra, termékeik népszerűsítésére, a felhasználók, érdeklődők tapasztalatainak megosztására. Az általunk használt szoftverekhez kapcsolódó közösségi oldalak, fórumok, blogok segítséget nyújtanak a tanároknak az oktatáshoz, diákoknak a tanuláshoz, valamint a kötelező anyagon túli ismeretek megszerzésére is lehetőséget adnak.

A környezetmérnökök szemléletformálásában fontos szerepet játszik a folyamatok teljes életciklusán való fejlesztés módszereinek megismerése. A hallgatóknak a későbbi munkájuk során feladatuk lesz működési folyamatok környezeti szempontból való átvilágítása, mérése, elemzése. A cikk célja, hogy bemutassa, hogy az Információs rendszerek tárgy oktatása során hogyan, milyen eszközök segítségével készítjük fel a hallgatókat ezeknek a feladatoknak az elvégzésére, a módszerekbe pedig hogyan kapcsoljuk be az általuk kedvelt eszközöket.

Kulcsszavak: *folyamatmenedzsment, ERP rendszer, döntéstámogatás, közösségi oldalak, környezetvédelem*

Free software and community pages in teaching business information systems

Abstract

The so called Generation Y or Millennial Generation was born between 1980 and 2000. We are teaching this generation. On one hand, they have grown up with computers on the other hand, their knowledge isn't well founded. They are impatient they want answers to their questions immediately. They use the Web to keep contact and to gather information. They spend most of their time using social network. Nowadays community portals are used by firms to keep contact with their partners, to popularise their products and to share experience among users.

Teachers and students are equally helped by community portals, blogs and forums, which are connected to the software we use in education. In addition, these portals give opportunity to learn some further information above the obligatory curriculum.

The knowledge of improving methods during the complete life cycle of processes plays an important role in shaping the attitude of environmental engineers. The graduates will be responsible for screening, measuring, and analyzing the processes from an environmental point of view in their further work. The aim of this article is to demonstrate what tools and methods are used for teaching Integrated Information Systems in order to prepare the students for the above tasks and how we connect their preferred tools in our teaching.

Keywords: *Business Process Management, ERP, Decision Support System, Social Network, Environment*

Bevezetés

Környezetmérnök hallgatók számára az Integrált információs rendszerek tárgya oktatása három részből épül fel: A működési folyamatok leírása, dokumentálása, a működő folyamatokhoz az informatikai támogatás lehetőségeinek bemutatása, valamint a működés közben gyűjtött adatok elemzése, következtetések levonása. Vagyis a működési folyamatok életciklusán történő informatikai támogatás lehetőségeinek megismerése, valamint az eszközök gyakorlati alkalmazása. A tantárgy kialakításakor fontos szempont volt a gyakorlati ismeretek elsajátítása, a csökkenő gyakorlati óraszám ellenére. A hallgatóknak a tárgy teljesítéséhez önállóan elkészített feladatot kell beadni. A feladatban egy környezetvédelemmel kapcsolatos folyamatot kell leírni folyamatmenedzsment eszköz segítségével. Meg kell határozni azokat a lépéseket, ahol adatgyűjtésre van szükség. Majd az adatok elemzését kell elvégezni. A tanórákon a szoftverek megismerésére, a feladatok megbeszélésére, pontosítására van lehetőség. A teljes feladat elkészítésére otthon, vagy az egyetemen, a gyakorlati órákon kívül van lehetőség. Így az oktatásban olyan szoftvereket kell használnunk, amelyeket a hallgatók otthon is elérhetnek. Az alábbiakban az általunk használt szoftvereket és a velük végezhető feladatokat mutatom be.

Folyamatok modellezése

A folyamatok modellezéshez az ingyenesen letölthető ARIS Express-t használjuk. Az alkalmazás "kistestvére" az ARIS Business Designer –nek. A Designer része az ARIS komplex folyamatmenedzsment eszköznek, amely a vállalati folyamatok teljes életciklusán keresztül folyamatfejlesztéshez ad informatikai támogatást. Az ARIS Express-t az oktatáshoz, a folyamatmodellezéssel ismerkedők számára alakították ki. Segítségével modellezhetünk működési folyamatokat, a működéshez szükséges IT infrastruktúrát és erőforrásokat. A folyamatfejlesztésből a modellezés, a folyamatok leírása, dokumentálása végezhető el ARIS Express-el, ez csak egy kis szelete a folyamatmenedzsmentnek, mégis hasznos a hallgatók számára, mivel használatával megismerhetik az ARIS koncepció alapelveit a szétválasztás és a leíró szintek elvét, a vállalati architektúrában való gondolkodást.

A szétválasztás elve szerint különböző statikus leíró nézetekben vizsgálja meg a vállalatot (IT-, adat-, szervezeti- és funkcionézet). Az egyes nézetekben modell típusok segítségével írhatjuk le a vállalat működését, amelyeket végül egy dinamikus (irányítási-) nézetben kapcsoljuk össze egy teljes modellé. Megadva a folyamatban résztvevő funkciók sorrendjét, a funkciókat támogató humán és tárgyi erőforrásokat. Az ARIS módszertan további fontos alapelve, hogy a vállalati folyamatstruktúra kialakítását top-down módszerrel végezzük. Vagyis a főbb folyamatlépésekből jutunk el a részletes leírásig, ahol az egyes tevékenységek felelőseit, résztvevőit, a felhasznált illetve a végeredményként kapott adatokat, a tevékenységhez kapcsolódó tényleges, vagy kiépitendő informatikai támogatást írjuk le. (Szűcs, 2003)

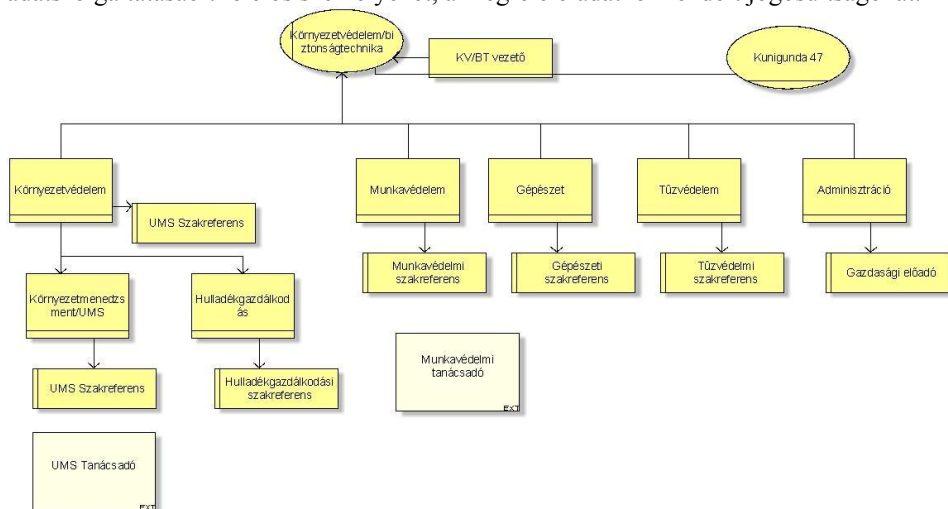
Az általunk használt ARIS Express segítségével a folyamatok dokumentálhatók, valamint az így rögzített folyamatok képzik az alapját a további folyamatfejlesztésnek. Az Express-el készített modellek importálhatók az ARIS Designer-be, ahol már a folyamatok elemzésére is van lehetőség.

A továbbiakban a folyamatok leírásához használt modellek közül mutatok be néhányat, melyet a hallgatók is felhasználnak a feladatuk elkészítésekor.

Modell típusok

A statikus nézet modelljei

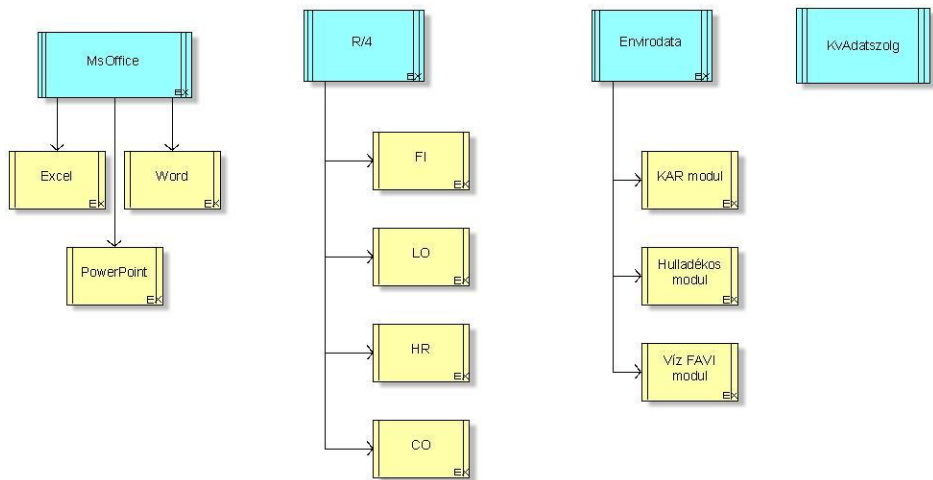
Szervezeti diagram, mellyel leírható a vállalat szervezeti felépítése. Az egyes szervezeti egységekhez beosztásokat rendelhetünk, megadhatjuk a beosztást betöltő személyeket. Összekapcsolva a folyamatokkal láthatjuk az egyes folyamatlépések végrehajtói, felelőseit, szervezeti egységhez tartozásukat, a betöltött beosztásukat. Egy másik nézetből adat – szervezeti felépítés szempontjából vizsgálva, láthatjuk, az egyes adatszolgáltatásáért felelős személyeket, a megfelelő adathoz rendelt jogosultságokat.



1. ábra Szervezeti felépítés modellje

Adat modell, a folyamatokban szerepet játszó adatok helyét, kapcsolatát írja le. Segítségével bemutathatjuk az adatok keletkezési és felhasználási helyét, illetve adatszolgáltatásért felelős személyt.

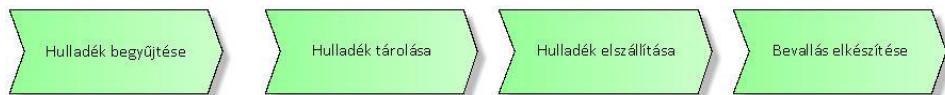
IT rendszerek áttekintés, bemutatja a vállalatnál használt informatikai alkalmazásokat, az általuk támogatott tevékenységeket, valamint a szervezeti egység dolgozóihoz rendelt hozzáférési jogokat.



2. ábra IT rendszerek modellje

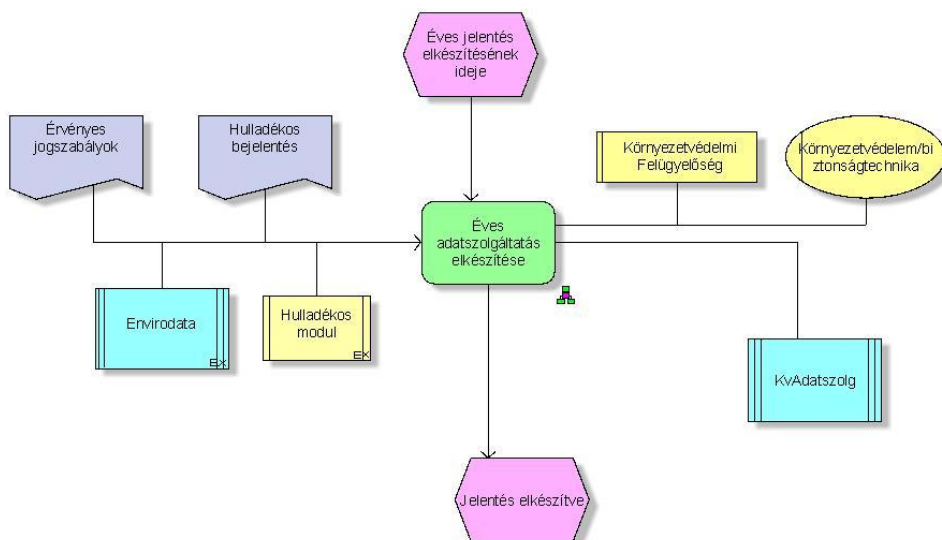
Az irányítási nézet modelljei

Folyamatok áttekintése, ezzel a modellel a főbb tevékenység időrendi sorrendjét adhatjuk meg. A vállalati folyamatstruktúra felsőbb szintjének a modell típusa.



3. ábra Folyamat áttekintő modell

EPC, (Event Driven Process Chain eseményvezérelt folyamatlánc) az egyes folyamatlépések részletes leírására szolgál. A folyamatot kiváltó eseményt, az egyes tevékenységeknek kimeneti eseményét, valamint a kimeneteltől függően elvégzendő újabb tevékenységeket ábrázolja egészen a folyamat lezárásáig. A - ki, milyen tevékenységet, milyen adatokkal, milyen cél érdekében, milyen informatikai támogatással - kérdés bármelyikére a válasz a modelltől leolvasható.



4. ábra Eseményvezérelt folyamatlánc

A folyamatok átvilágításának egyik szempontja lehet, hogy megfelelő-e az IT támogatás a mindennapi munka segítésére, milyen a keletkezett adatok tárolásának, felhasználásának hatékonysága.

Egy integrált vállalatirányítási rendszer feladata ezeknek az előbb felsorolt feladatoknak a segítése. Egy ilyen rendszernek a kialakítása, a vállalati igényekhez igazítása a működési folyamatok ismerete nélkül nem végezhető el.

Adatok gyűjtése

A működési folyamatok részletes leírásakor megadjuk azokat a tevékenységeket, ahol adatokat kell gyűjteni. Az adatok gyűjtésének módja függ a vállalati folyamatok informatikai támogatásának fejlettségétől. Ez lehet egy Excel tábla kitöltése, vagy a vállalat működési folyamatait támogató integrált információs rendszer, az adott folyamatlépést támogató tranzakciójának a meghívása.

A folyamat átvilágításakor megjelenhet az igény adatgyűjtésre, amely jelenleg még nincsen megoldva, ebben az esetben ennek a definiálása is elvégezhető, hiszen a modellről leolvasható milyen adatok gyűjtésére, milyen környezetben van szükség.

Ahhoz, hogy a hallgatók a folyamatokhoz kapcsolódó informatikai feladatokat meg tudják fogalmazni, meg kell ismerniük a vállalati folyamatok támogató integrált információs rendszerek felépítését, alap moduljait, használatát.

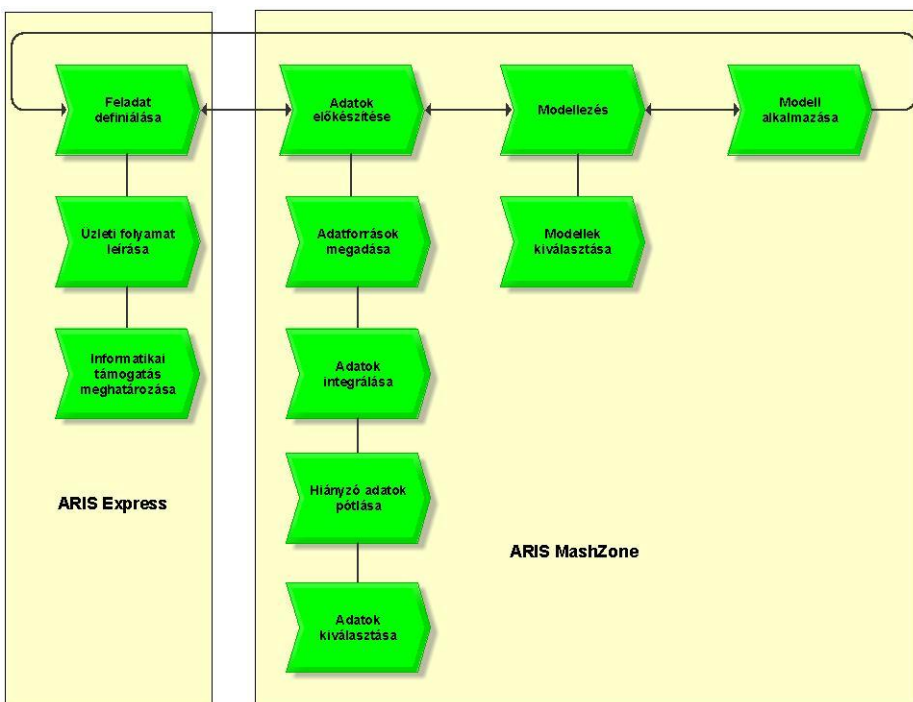
Ahol a tárgy oktatása két félévben történik a gyakorlati órákon, mások számára pedig választható tárgy keretében az SAP ECC rendszerét ismerhetik meg a hallgatók. Az SAP oktatási célra - a magdeburgi egyetemmel együttműködve - egy egyetemi program keretében a programhoz csatlakozó intézmények számára biztosít hozzáférést a rendszerhez. A rendszert a hallgatók az oktatási időszakban a megfelelő segédprogramok telepítésével otthonról is elérhetik. A SAP rendszert használók az UA (University Alliances) közösségi portálon tanulásról, munkalehetőségekről, különböző SAP-al

kapcsolatos megoldásokról találhatnak információt, kapcsolatot tarthatnak más egyetemek hallgatóival.

Adatok elemzése, értékelése

A harmadik lépés az adatelemzés. A feladat kitűzésekor meg kellett tervezni az elkészítendő kimutatásokat és az ezekhez szükséges adatok körét és gyűjtésének formátumát.

Az adatgyűjtésről folyamatok modellezése során már volt szó, a folyamatok részletes leírásánál tudjuk megjelölni azokat a tevékenységeket, melyek végrehajtásakor a keletkező adatokat további felhasználásra tárolni kell. A rendelkezésre álló adatokból, szükség szerint kiegészítve további adatforrásokból származó adatokkal, majd az adattisztítás és modellezés lépéseit végrehajtva tudjuk elkészíteni az elemzéseket. Az alábbi ábra az adatelemzés folyamatát mutatja be, megjelölve az általunk használt eszközöket.

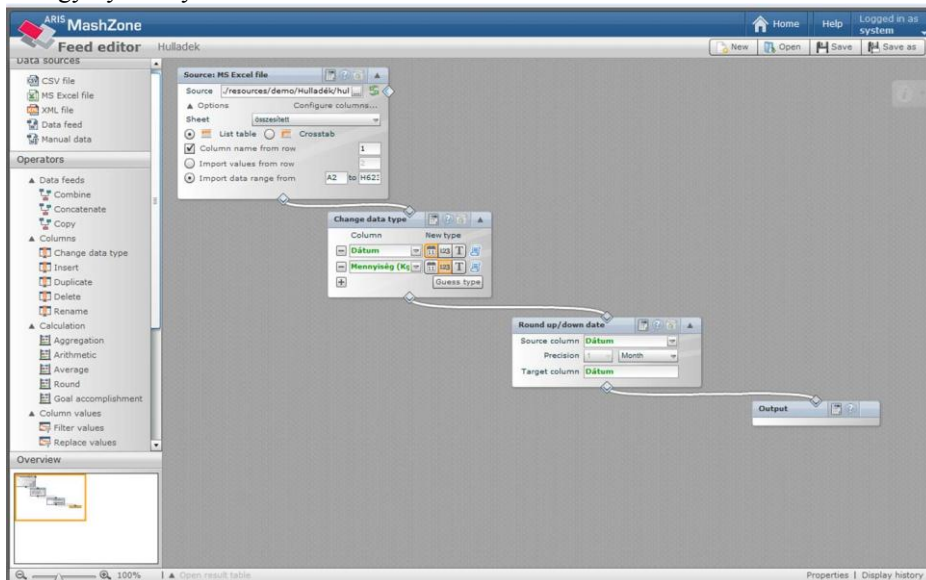


5. ábra Adatelemzés folyamata

Az adatok elemzéséhez az ARIS MashZone-t használjuk. Az eszköz szintén ingyenesen elérhető a hallgatók számára. A feladatok elkészítésekor a hallgatók gyakorlatban megismerkedhetnek az ETL (Extract, Transform, Load) folyamat lépésével.

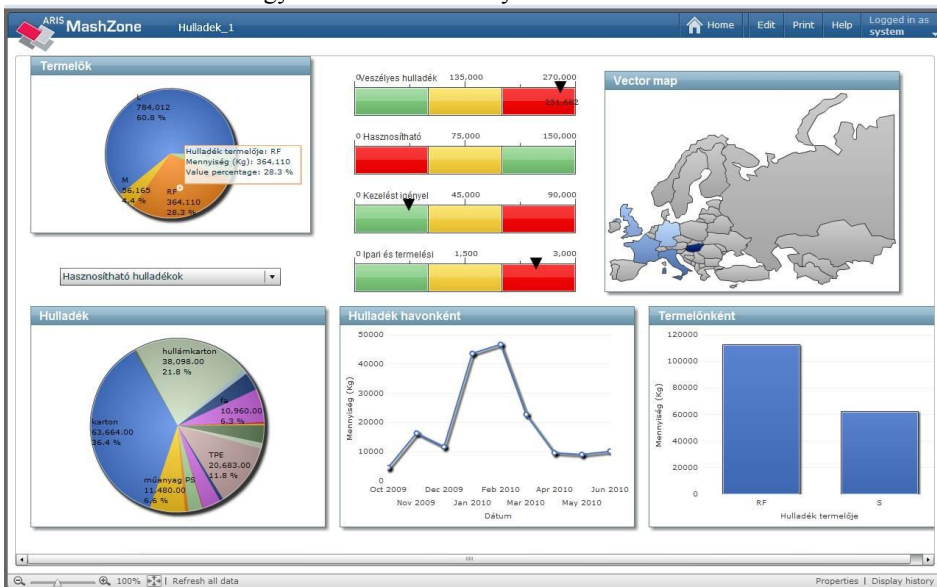
Az elemzés a betöltési folyamat definiálásával kezdődik, további lépések az adatok tisztítása, egységesítése, a modellezéshez szükséges kimenet előállítás. Ezzel egy algoritmust definiálunk, ahol megadjuk, hogy az adatforrásokból, milyen lépések

végrehajtásával állítjuk elő a kimenetet, amelyet a modellezéshez használunk. Az alábbi ábra egy ilyen folyamatot mutat be.



6. ábra Betöltési folyamat

Ezután következik a modellezés, amely itt egy úgynevezett Dashboard layout kialakítása, valamint a Dashboard egyes elemeihez az adatok hozzárendelése. Az adatok megjelenítéséhez különböző típusú diagramok használható, melyekkel szemléletesen mutatható be az adatok egymáshoz való viszonya.



7. ábra Dashboard az adatok megjelenítésére

Az ARIS termékeket forgalmazó Software AG működtet egy közösségi portált (ariscommunity.com). A szoftverek regisztráció után innen tölthetők le. Az oldalon a folyamatmenedzsmenttel kapcsolatosan számos bejegyzést találunk, amelyek segíthetnek a tanulásban, vagy akár további utakat nyithat meg az érdeklődők számára.

Egy másik portál közösségi folyamatfejlesztésre ad lehetőséget (arisaalign.com). Itt modellezhetünk folyamatokat, vagy az ARIS Expressben elkészített modelljeinket tölthetjük fel, - igénybe véve a Cloud Computing adta szolgáltatásokat - használva a távoli szerveren működő programot, illetve tárhelyet a közös modellek tárolására. Az általunk meghívott tagok pedig véleményezhetik, alternatívákat tehetnek közzé a projekthez kapcsolódóan.

Összegzés

A gyakorlati órák száma az elmúlt években csökkent, a színvonal megtartása érdekében az ismeretanyagot nem érdemes csökkenteni.

Az előzőekben leírt módon a hallgatók korszerű informatikai eszközöket ismerhetnek meg, melyeket a későbbi munkájuk során is fel tudnak használni. Az órai munkát érdeklődésük mértéke szerint ki tudják egészíteni mások tapasztalataival.

Nehézséget okoz néhány hallgató számára, hogy a portálok angol nyelvűek, vagy inkább ráébreszti őket, hogy a munka területén nyelvtudás nélkül már nehezen boldogulnak.

Hivatkozott források

- Scheer A.- Kruppke H., Jost, W.(2006): Kindermann, H. (eds.): Agility by ARIS Business Process Management Springer-Verlag, Berlin Heidelberg 320p
- Bulla M.(2004): Környezetközpontú Irányítási Rendszerek áttekintő KÉZIKÖNYV – Győr
- Tóth G.(2007): A valóban felelős vállalat. Környezettudatos Vállalatirányítási egyesület Budapest 108 p.
- Kósi K., Valkó L. (szer.)(2008): Környezet-menedzsment TYPOTEX Budapest 307p
- Scheer, A. W., Nuttgens, M.: ARIS Architecture and Reference Models for Business Process Management
- Szűcs T.(2003): ARIS architektúra koncepciója – Modellezés az ARIS használatával. Oktatási anyag Budapest (2003)

Szerző:

Kormány Eszter

adjunktus

Óbudai Egyetem Rejtő Sándor Könyvüipari és Környezetmérnöki Kar
Médiatechnológiai és Könyvüipari Intézet

kormany.eszter@rkk.uni-obuda.hu

ADATBIZTONSÁG AZ RFID ALKALMAZÁSOKOR

RADVÁNYI TIBOR

Összefoglalás

Ebben a cikkben az RFID (Rádiófrekvenciás azonosítás) technológia használata által felvetett adatbiztonsági kérdések kerülnek megtárgyalásra. Milyen támadási lehetőségek vannak, és milyen védekezési lépéseket tehetünk ezek kivédésére.

Egy termék számtalan veszélynek van kitéve, ameddig a gyártótól el nem jut a fogyasztóhoz. Ez elég hosszú folyamat, amely során az áruk elveszhetnek, vagy ellophatják őket.

Az EU előírások a legtöbb árucikk esetében egyre messzebb tolják ki a gyártói felelősséget, ezért egyre inkább lényeges szemponttá válik a nyomon követhetőség, ami az RFID segítségével tökéletesen megvalósítható. A gyártás során nyomon követhető a termék útja, regisztrálhatók a technológiai sorrendek, a munkafázisok, a személyek, akik részt vettek a gyártásban, vagy bármilyen egyéb adat. Ezek a megtakarítások számos ponton anyagi haszonra is lefordíthatók. Fontos, hogy meg tudjuk óvni rendszerünket az illetéktelen behatolókkal szemben. Ehhez meg kell ismerni a támadási lehetőségeket.

Kulcsszavak: RFID, adatbiztonság, kriptográfia

Data security at the application of RFID

Abstract

In this article we would like to introduce some issues in connection with the use of RFID technology (Radiofrequency Identification). What are the possibilities of getting attack are and what steps can be done to counteract them.

A product can be exposed to many hazards until it gets the consumer. During this is long process goods can get lost or stolen.

Regulations referring to most of the products in the EU are making manufactures less responsible for their products. That's why the importance of traceability is increasing – which could be the best field of using RFID. During the manufacturing process the product's way can be followed, technological orders, phases of the production, and people who took part in the production can be registered as well as any other details.

This savings then can be turned into material benefits in a lot of aspects. So it is quiet important to be able to protect own system from unauthorized intruders. We should get to know the possible ways of attacks.

Keywords: RFID, privacy, cryptography

Bevezetés

A rádiófrekvenciás azonosító technológia felhasználási lehetőségei szinte végtelenek. Az RFID technológia a manapság igen komoly helymeghatározó rendszerekkel - mint például a GPS is - kombinálva lehetővé teszi a közúti, légi és vízi szállítás teljes nyomon követését, és nem utolsósorban ellenőrizhetővé válik annak minőségi állapota a szállítás folyamán. A postai gyors szolgáltatások nagy része e technológia előnyeinek köszönheti azt, hogy percen pontosan meg tudja állapítani, hogy mikor érkezik meg a

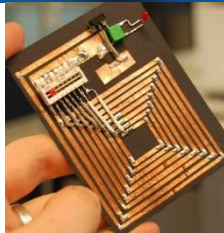
csomag a feladótól a címzettig, vagy, hogy éppen merre jár a kézbesítendő küldemény. A technológia azonosítási- és biztonsági lehetőségeit egyre inkább kihasználják a modern útlevelek, a digitális azonosítók és nem utolsósorban még a legújabb fizetési megoldások is.

Kísérletek folynak az automatizált üzletek kialakítására, illetve világszerte bevezették már a RFID alapú autópálya fizetési megoldásokat is. Az autóiipar is felismerte, hogy az RFID új lehetőségeket teremthet a biztonsági megoldások területén, így manapság már a legtöbb indításgátló és elektronikus kulcs már ezzel a technológiával dolgozik. Látható, hogy szinte megszámlálhatatlan azon alkalmazási területek száma, ahol nem csak használható lenne e technológia, de szükséges is volna bevezetése időmegtakarítás és a teljesítménynövelés javításának érdekében, nem beszélve arról, hogy a biztonsági-kérdések megoldása is hatékonyabbá válhatnának.

Az RFID rendszer elemei

A bélyegek

Az adatok tárolásaként funkcionáló RFID bélyegek általában egy antennából és egy mikro chipből állnak. Nagyobb funkcionalitású változataik ezeken felül rendelkezhetnek belső energiaforrással és összekapcsolhatók különféle szenzorokkal. (<http://www.vonalkod.hu>)



1. ábra: RFID tagek

A tag típusától függően különféle mennyiségű adatokat tárolhat néhány byte-tól akár több megabyte-ig. A tárolt adat mennyisége mindig azon múlik, hogy az alkalmazást

milyen környezetben szeretnék használni és ehhez a környezethez milyen típusú tag illik a legjobban. A tag által tárolt adat formátuma szintén lehet többféle, de korlátozott mindaddig, amíg az olvasó és a tag képes azt kezelni.

A tag jelet fogad és küld vissza a leolvasónak. A típusok meghatározása többféle szempont szerint lehetséges: működésük elve szerint, illetve energia ellátásuk szerint, amik így lehetnek passzívak, aktívak és félig-aktívak.

A passzív transzpondereknek a működése jellemzően az alacsonyabb frekvenciatartományban van. Az LF (125kHz), HF (13,56MHz) és az UHF (860-960MHz) típusok a leelterjedtebbek. Az LF és a HF rendszerek általában induktív csatolást alkalmaznak, míg az UHF rendszerek propagation csatolást alkalmaznak. Ezért nehezebben ellenőrizhető, mert a hullámok nagyobb távolságra szóródnak szét a térben. A hullámok visszaverődnek a felületeken, és elérhetnek olyan tag-eket, amit nem is akarunk olvasni. Az LF és HF rendszerek jobban működnek fém- és folyadékfelületek közelében, mint az UHF rendszerek. Az olvasási problémák elsősorban UHF rendszereknél jelentkeznek.

Az olvasók és antennák

Az RFID-olvasó antennák kialakítása éppúgy függ egy adott alkalmazás igényeitől, mint a bélyegek esetében. Az antennákat úgy alakítják ki, hogy hatósugaruk, kivitelük, formájuk illeszkedjen az egyes alkalmazások igényeihez. Az RFID-olvasó a hozzá kapcsolt antenna, esetleg antennák segítségével létrehozott elektromágneses mezőben képes olvasni a gerjesztett bélyegek által visszasugárzott adatokat és ugyanilyen módon képes írni is ezen bélyegek memóriájába (csak az írható bélyegekébe). Az újabb olvasókba már integrálják az adatfeldolgozó szoftvert futtató egységet is, ezáltal leegyszerűsítve a kialakítandó automatikus azonosítási rendszer infrastruktúráját. Megkülönböztetünk csak olvasni képes olvasókat, olvasni és írni is képes olvasókat illetve a Smart olvasókat, melyek az adatfeldolgozó egységet is magukban foglalják.



2. ábra: RFID olvasók

A middleware

Middleware-nek nevezzük azt az elemet, ami az olvasó és a vállalati alkalmazás között helyezkedik el. A middleware kulcsfontosságú a rendszer szempontjából, mert a middleware kapja a nyers adatot az olvasótól, megszüri az adatokat, és küldi a háttéralkalmazásnak. A middleware kulcsszerepet játszik abban, hogy a megfelelő információ, a megfelelő időben a megfelelő alkalmazáshoz jusson el. Több RFID middleware alkalmazás található a piacon. Ezek mindegyike elvégzi az alapvető szűrési műveleteket, sok közülük további funkciókat nyújt. Ilyen lehet pl. az RFID olvasó felügyelete, konfigurálása, szoftver upgrade letöltések, stb. Az RFID middleware eszközök árai sok tényezőtől függ: a telepítések számától, az alkalmazás bonyolultságától, és még sok egyéb tényezőtől. A Forester Research adatai alapján az

RFID middleware rendszerek árai 183.000 és 12 milliárd US dollár között volt az elmúlt években. Az RFID alkalmazásokhoz általában külön szervert is szoktak használni, melyet ún. „edge” szervernek neveznek, mert a hálózat peremén van, ahol a digitális világ a valós világgal találkozik.

Az RFID kutatása és fejlesztése a hatékonyság növelése érdekében

Biztonság vagy hatékonyság

A mai RFID protokollokat, hogy szabályozzák a kommunikációt az RFID-olvasók és a címkék közt a teljesítmény optimalizálására fektetnek nagyobb hangsúlyt, s kevesebbet a fogyasztók adatvédelmi biztonságaira.

Javaslatot tehetünk arra, hogy a jövőben ún. □titoktartó□ RFID protokollokat kellene alkalmazunk annak érdekében, hogy támogassuk ezzel és tisztességes módon megőrizhessünk minden információt a rádiófrekvenciás interfészen keresztül az olvasó és a címke közt amellet, hogy a különféle feladatkörök bővítése a működés teljesítményét csupán kis mértékbe befolyásolja. Ezzel hatékonyabbá és biztonságosabbá téve a kommunikációt az azonosítás alatt. (Weis, 2005)

Mark Weiser úgy gondolta hogy akkor tudjuk megfelelően kihasználni e rendszerek képességeket ha anélkül használjuk őket hogy észrevennénk azokat.

A mai kiskereskedelmi környezetekben használatos RFID központú azonosító-követő rendszerek élő példája e rejtett működési elvnek, de ugyanakkor számos veszélyek is fennállnak eme működés miatt. Általánosságban ezt úgy képzeljük el, hogy a fogyasztók által használt személyes eszközök észrevétlen mikrochipeket tartalmaznak, s ezen keresztül finom, diszkrét ellenőrzések is végrehajthatóak egyes munkafolyamatok során. Ezen ellenőrzések folytán, mivel ilyenkor adatáramlás és adatsere sorozatai folynak le a rendszerben, a véletleneknek köszönhetően, de leginkább a mai világ gigantikus fejlődési léptei miatt külső személyek, felhasználók is hozzájuthatnak mások személyes információihoz. Erre mutat Orwellian jövőképe is ezen rendszerekkel kapcsolatban. Ezen problémák pedig nagyon fontosak, és mielőbb megoldást igényelnek, hiszen a mai világban a személyes információk védelme a legfontosabb szempont egy számítógépes rendszer futtatása alatt. Történtek már kísérletezések e probléma orvosolására, s közülük alkalmaznak is néhányat, de néha még velük sem biztonságos a technológia.

Végül is hamar belátták azt, hogy első szempont mindig az információkezelés biztonságos és akadálymentes kezelése legyen, s a hatékonyságot ezzel a háttérbe szorították. Véleményem szerint is a legfontosabb az adatok biztonságban tartása, főként az olyan rendszerek esetében, ahol nélkülözhetetlen a titoktartás. Pl. egy banki szolgáltatás inkább legyen lassabb, és biztonságosabb, mint legyen gyors, majd nem sokkal később idegen hozzáférések miatt ismétlődő folyamatok, eljárások ezrei következzenek, amelyek nem biztos, hogy orvosolni tudják a rendszerben bekövetkezett károkat, nem beszélve vagyunk hiányáról. (Floerkemeier)

A Economic Cooperation és Development Organizationje (OECD) által 1980-ban kiadott Fair Information Practices (FIP) egy elfogadott irányelv a felhasználók adatvédelmére. Elvük egészen a gyökerekig nyúlnak le, leírja az információ közlés átvitelének és az ezzel kapcsolatos korlátokat az egyes tagállamok között. A következő elvek nyolc pontban foglalhatóak össze:

1. *Gyűjteménykorlátozás:* az adatgyűjtő csak összegyűjti a szükséges információkat és ehhez az érintett teljes jogú beleegyezése szükséges.
2. *Az adatok minősége:* az eltárolt adatokat rendszeresen frissíteni kell majd a frissített állományt el kell tárolni.

3. *A cél meghatározása:* meg kell határoznunk a célunkat, vagyis hogy az eltárolt, esetlegesen bejelentett információkkal mit szeretnénk elvégezni, milyen céljaink vannak velük kapcsolatosan.
4. *Felhasználói korlátozás,* megszorítás: az adott alkalmazás csak akkor hajtható végre a megfelelő adatokkal, ha abban az érintett teljes jogú beleegyezését nem adta.
5. *Biztonsági véd intézkedések:* szigorú védelmet kell biztosítani az adatok tárolásánál bármilyen illetéktelen, jogosulatlan hozzáféréstől vagy annak nyilvánosságra hozásáról.
6. *Nyitottság:* biztosítani kell az érintett személyeknek bármilyen problémakezelés esetén, hogy kapcsolatba léphessenek az adatkezelővel.
7. *Egyéni részvétel:* az érintett személyek számára lehetővé kell tenni a adatainak teljes körű hozzáférését, tehát például az adatmódosítás vagy adatleképezés megoldható legyen.
8. *Felelősségre vonhatóság:* ezen elvek betartásáért az adatkezelőknek felelősséget kell vállalniuk.

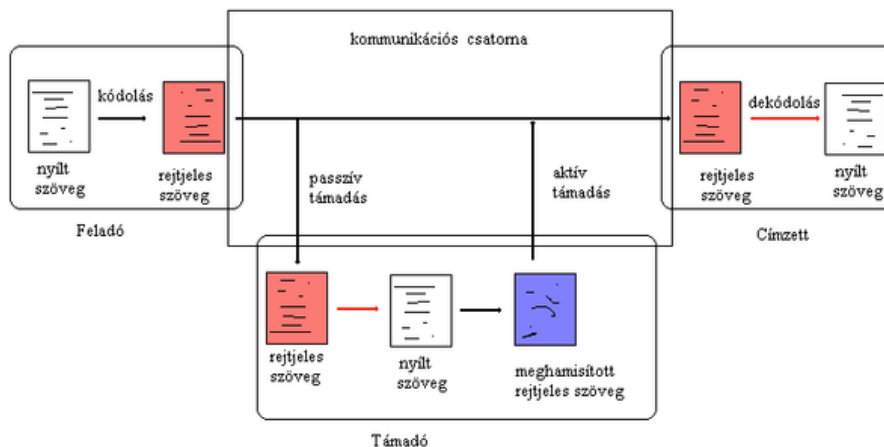
Láthatjuk, hogy a hatékonyság kérdéskörei háttérbe szorultak, de azért ezen területen is történtek, és máig is folynak fejlesztések.

RFID támadások és védekezés

Az üzleti előnyök mellett az RFID technológia napjainkban tömegessé váló használata újabb biztonsági aggályokat is felvet. A chippek távoli, általunk nem érzékelt kiolvasásával kémkedhetnek, személyes adatokat gyűjthetnek rólunk, akár mozgásunkat is részletesen feltérképezhetik. Szintén gondot okozhat az RFID alapú személyi azonosítás, amelyet épületek, termek, szobák, vagy akár járművek, eszközök védelméhez rendelhetnek. A köztesszoftver gyengeségeit (verem túlcsoordulás, szkript nyelvek), valamint az adatbázisokba történő rosszindulatú "kódfecskendezés" lehetőségét használhatják ki. (Junichiro, 2006; Hee-Jin, 2007)

Főbb támadási lehetőségek

Algoritmikus támadások: az átviteli csatornán hajtja végre a támadó. Itt is megkülönböztetünk aktív és passzív támadási módszereket. A passzív módszer alapvető jellemzője, hogy a támadó a nyilvános csatorna lehallgatásával rejtett szövegű üzenetek birtokába jut. A passzív támadásokkal szemben az aktív támadás jellemzője, hogy a támadó maga is forgalmaz a csatornán. (Moore, 2004)



3. ábra: Aktív támadás a kommunikációs csatornán

Elárasztás: Denial of Service (röviden DoS), egy szervert olyan sok kéréssel bombáznak, hogy a rendszer a feladatokat egyszerűen nem képes ellátni, és legrosszabb esetben összeomlik.

Ennek egy este a szinkronizációs elárasztás, mely a TCP/IP protokoll kapcsolatkiépítése során a SYN és ACK csomagok cseréjét használja elárasztásra.

Biztonsági célok

A rejtjelezés alapvetően a passzív támadások ellen véd, az aktív támadások elleni védekezéshez kriptográfiai protokollokat használunk, ami előre meghatározott üzenetcseré-folyamatot jelent. Ennek során észleljük az aktív támadásokat, és kivédjük azok káros következményét.

A publikált protolloknak sok közös vonásuk van. (McLoone and Robshaw, 2008) Fő lépéseik:

1. Az olvasó kérést sugároz a tag-nek
2. A tag azonosítja magát az olvasónak (megadja a tárolt adatokat)
3. Az olvasó továbbítja az adatokat a háttér szervernek
4. A szerver adatbázisa alapján feldolgozza az adatokat
5. A szerver elküldi a hitelesítést és a feldolgozott adatot

A különbség a különböző szinteken kriptográfiai primitívek alkalmazásában van. (Shindu, 2005) A tag hash-seli az adatokat mielőtt továbbítja az olvasónak. A háttér szerver a közös kulccsal visszafejti az üzenetet, adatbázisában megkeresi és feldolgozza azt.

Összegzés

Ma már sok területen előnyben részesítik az új technológiát a hagyományossal (pl. vonalkód) szemben. Egyre nő az elterjedése, az új igényeknek köszönhetően új fejlesztések, kutatások indulnak, és ennek eredményeképpen új termékeket gyártanak. Új technológiák, alkalmazási területek jelennek meg, sokszor sci-fi-be illő elképzelésekkel. Már az emberbe ültetett RFID nem csupán nincs messze, hanem megvalósult.

A fejlesztések néhány konkrét terv köré koncentrálnak: vékony, nyomtatható kártyák, megnövelt biztonság, csoportos programozási lehetőség, nagyobb memóriakapacitás, fejlett ütközésfeloldó algoritmusok stb.

Az RFID technológia gyorsan fejlődik, és várható, hogy hatékonyabb lesz, teljesítménye még tovább növekszik, funkcióinak száma még tovább bővül, és az ára is lejjebb megy. Az élet számos területére befolyással van, és lesz még.

De vajon mely területeket fog meghódítani?

Az egyik lehetséges válasz a mobil forrásgazdálkodás. Ezzel az aktív és passzív RFID-technológiát egyaránt hasznosító rendszerrel személyek, munkafolyamatok, újrafelhasználható tárolók és járművek egyaránt nyomon követhetők egy zárt ellátási láncban. Például a legtöbb egyesült államokbeli cég a többször felhasználható konténerek négy-tizenöt százalékát veszíti el. Az azonosítók segítségével pontosan tudhatjuk, hol vannak a tárolóink, így megelőzhetjük elvesztésüket.

A másik lehetséges fejlődési irány az aktív, többször felhasználható RFID-cimkéké lesz. Ilyeneket már használnak például a Fordnál a kész járművek elosztásában. A gyártósorról legördülő kocsik visszapillantó tükrére helyezik a címkét, mielőtt az a trélerre kerülne. A szállítmányoknak az üzem területén töltött várakozási ideje öt napról félnapra csökkent. Amióta bevezették a rendszert, gyakorlatilag nincsenek ismert hibával kikerülő gépkocsik.

Hivatkozott források:

Weis, S. A. (2005): Security Parallels Between People and Pervasive Devices, USA 2005 - security

Floerkemeier, C., Schneider, R., Langheinrich, M.: Scanning with a Purpose

Moore, B. (2004): Recognize the Lies about the RFID, Material Handling Management, 2004

Vonalkód Rendszerház Rendszerfejlesztő, Tanácsadó és Kereskedelmi Kft. honlapja: <http://www.vonalkod.hu>

Saito, J., Ryou, J. C., Sakurai, K. (2006) (Chungnam National University): Enhancing privacy of Universal Re-encryption scheme for RFID tags 2006

Chae, H. J., Yeager, D. J. Smith, J. R., Fu, K.(2007) (University of Massachusetts): Maximalist Cryptography and Computation on the WISP UHF RFID Tag 2007

Karthikeyan, S., Nesterenko, M.Kent State University(2005): RFID Security without Extensive Cryptography

McLoone, M., Robshaw, M. J .B. (Queen’s University, Belfast, U.K.)(2008): Public Key Cryptography and RFID Tags 2008

Szerző

Radványi Tibor, PhD

adjunktus

Eszterházy Károly Főiskola

Matematikai és Informatikai Intézet

radvanyi.tibor@ektf.hu

SZÖVEGOSZTÁLYOZÁSI MÓDSZEREK A WEKA ADATBÁNYÁSZATI SZOFTVER SEGÍTSÉGÉVEL

SUBECZ ZOLTÁN

Összefoglalás

A tanulmányban a Weka adatbányászati szoftver használata és a szövegosztályozás alapelvei kerülnek bemutatásra. Egy gyakorlati példán keresztül, amiben Internetről letöltött 4000 db ingatlanhirdetési szöveget dolgoztam fel, több szövegosztályozási módszert megvizsgáltam. Voltak olyan módszerek, amelyekhez a Weka beépített algoritmusát használtam fel, és előfordultak olyanok is, amelyekhez saját programot készítettem. Több módszert is részletesen elemeztem a paraméterek beállításának változtatásával. Az egyes módszerek eredményeit összehasonlítottam az osztályozási pontosság és a futási idő szerint. A feladatokhoz a programokat Java nyelven írtam meg.

Kulcsszavak: *szövegosztályozás, információkinyerés, adatbányászat, szövegbányászat, mesterséges intelligencia, programozás, Java programozási nyelv*

Text classification methods with WEKA data-mining software

Abstract

In my work I presented the usage of the Weka data-mining software and the principles of text classification. I examined several text classification methods with the help of a practical example, where I processed 4000 real estate advertisements from Internet. I used the Weka built-in algorithms for some methods and I wrote programs for the others. I analyzed some methods in detail with different parameters. I compared the results of the methods from the point of view of precision and execution time. I wrote the programs in Java language for the tasks.

Keywords: *text classification, information extraction, data mining, text mining, artificial intelligence, programming, Java programming language*

Bevezetés

Az utóbbi években az informatika egyik leggyorsabban fejlődő részterülete az *adatbányászat* lett. Ez az új tudományág szolgálja a nagy mennyiségű adathalmazban rejlő információk automatikus feltárására mesterséges intelligencia algoritmusok alkalmazásával. Az adatbányászat egyik igen fontos részterülete a *szövegbányászat*, amely a strukturálatlan elektronikus szöveges állományokban található információk kinyerését jelenti. Az új alkalmazási lehetőségek közül a *web-bányászat* az egyik legígéretesebb, mivel a világ legnagyobb és leggyorsabban bővülő adattárát az Internetet használja. A web-bányászat célja, hogy az internethez kapcsolható dokumentumokból (honlapok, e-mailek, blogok, fórumok stb.) hasznos információkat gyűjtsön össze és feldolgozza azokat. Az egyik legalapvetőbb szövegbányászati feladat a dokumentumok tartalom szerinti rendszerezésének automatizálása, amelyet *szöveg-osztályozásnak* nevezünk. Ennek célja a szöveges dokumentumok előre definiált halmazból vett kategóriacímekkel való ellátása. *A téma részletes ismertetése a <http://kutat.uw.hu> oldalon megtalálható.*

A Weka adatbányászati szoftver

A Weka Java nyelven írt adatbányászati szoftver. Gépi tanulási algoritmusok gyűjteménye adatbányászati feladatokhoz. Nyílt forráskódú programcsomag a GNU (General Public Licence.) szabályainak megfelelően. A programot a <http://www.cs.waikato.ac.nz/ml/weka/> oldalról lehet letölteni ingyenesen.

A programot három fő módon lehet használni:

- Grafikus felhasználói felületen
- Parancssoros felületen
- Java programból, beágyazva bármilyen Java programba

A kisebb feladatokhoz a szemléletesebb, grafikus módszert érdemes választani. A nagyobb adatállományokat feldolgozó és nagyobb számítási igényű feladatokhoz a Java programba ágyazott módszert célszerű használni. Én magam is az utóbbi módszert használtam fel a szövegosztályozáshoz.

A felhasznált dokumentumhalmaz

A kutatási témám keretében az Interneten megtalálható ingatlanközvetítői hirdetések szövegét dolgoztam fel. Az Internetről letöltöttem 4000 ingatlanhirdetési oldalt. Ezek egyik fele lesz a tanító dokumentum, a másik fele a teszt dokumentum. A tanító és a teszt halmazban is 1000 családi ház és 1000 panellakásos hirdetés van. Az osztályozó feladata lesz a teszthalmaz minden hirdetéséhez a szövege alapján eldönteni, hogy családi ház vagy panellakásos hirdetés-e.

A Weka programba való beolvasáshoz a következő *elő-feldolgozási lépéseket* tettem meg. (Subecz, 2011)

- Az Internetes HTML oldalról kigyűjtöttem a csak szöveges hirdetési részt szöveges fájllokba (4000 db text fájl)
- Ezekből készítettem újabb 4000 db szöveges fájlt, amelyek már csak az adott dokumentum hasznos szavait tartalmazzák. Az írásjeleket és a felesleges karaktereket eltávolítottam.

A szavakra bontást a következő karaktereknél végeztem el: szóköz, tabulátor, ()[]{}?!*=<>#&;-

A következő karaktereknél is daraboltam, kivéve, ha előtte és utána is számjegy áll: pont(.) vessző (,) kettőspont (:).

A dokumentum csak a szavakat tartalmazza pontosvesszővel (;) elválasztva.

Így 2 db dokumentumunk lesz: tanito.arff és tesztelo.arff fájlok. Mindkét fájl 2000-2000 ingatlanhirdetés szövegét tartalmazza. Egy hirdetés szövege egy sor a fájlban.

A Vektortér modell és súlyozási változatai

A dokumentumok tárolásához és az osztályozáshoz a szózsák (bag of words) modellt használtam. Ez az adott dokumentumnak csak a hasznos szavait tartalmazza. Ezen dokumentumok szavainak tárolására egy jól bevált modellt a *Vektortér modell*, mely egy mátrixban tárolja a dokumentumok szavait. A mátrixnak annyi oszlopa van, ahány egyedi szó helyezkedik el a tanító dokumentumokban. Jelen esetben a 2000 tanító dokumentumban 20 969 egyedi szó található. A mátrix sorainak száma megegyezik a tanító dokumentumok számával (2000). Így a mátrix celláinak száma = 20 969 * 2000 = 41 938 000

A mátrixban a szavak fontosságának megválasztására több lehetőség is adódik. Ezek közül a következő három a leggyakoribb: szógyakorisági TD mátrix, bináris mátrix, súlyozott TD mátrix.

Részletesen: (Tikk, 2007; Subecz, 2011b)

A Vektortér modell elkészítése a Weka szoftverrel

Az előkészített fájlokat beolvastam a Weka programba. A Weka elő-feldolgozási modulja automatikusan el tudja készíteni a bináris és a szógyakorisági Vektortér modellt. A súlyozott TD mátrix elkészítéséhez egy átalakító metódust kellett készíteni.

Szövegosztályozás a Weka programmal

Azokat a bináris osztályozókat, amelyek az osztályozást az M dimenziós vektortér M-1 dimenziós szeparáló, vagy döntési hipersíkkal való kettéosztásával végzik el *lineáris osztályozónak* nevezzük. Egy d dokumentum c kategóriához való tartozását a szerint döntjük el, hogy a vektora a döntési hipersík melyik oldalára esik.

A Weka programcsomagban sokféle osztályozó algoritmus található. Ezek közül a következőket próbáltam ki: Döntési fa alapú, Valószínűség alapú, Legközelebbi szomszédokon alapuló, Szupportvektor-gépek. Ezekon kívül saját programot készítettem a következő módszerekhez: Rocchio osztályozó, Neurális hálózat alapú osztályozó. Az osztályozók az elkészített Vektortér mátrix adatain végzik el az osztályozást.

Beépített osztályozók használata

A szövegosztályozás elméletének és módszereinek részletes leírása megtalálható: (Tikk, 2007; Subecz, 2011a)

Döntési fa alapú osztályozó

A döntési fa tanulása két lépésből áll:

- a. annak ellenőrzése, hogy a csomópontokhoz tartozó minden tanítódokumentumnak ugyanaz-e a címkéje (c_1 vagy c_2)
- b. ha nem, akkor azon szó kiválasztása, amely alapján elvégezzük a partícionálást úgy, hogy az egyes partíciókban a szóhoz tartozó értékek megegyezők legyenek.

A módszer rekurzív módon addig folytatódik, amíg az egyes levelekben csak azonos kategóriájú tanítóadatok lesznek. Ezzel a kategóriával címkézzük a leveleket.

A programmal az osztályozások eredményességéről sok fajta statisztikai adatot lehet megjeleníteni. Itt csak a pontosság értékeit adtam meg.

$$\text{Pontosság} = \frac{\text{Helyesen osztályozott dokumentumok}}{\text{Összes dokumentum}}$$

Az osztályozó eredménye:

- nem vágott fa: 95.1 % futási idő: 8 perc
- vágott fa: 95,15%

Az osztályozó által elkészített döntési fát karakteresen és grafikusán is meg lehet jeleníteni, ami segít az osztályozási döntések szemléltetésére.

Valószínűség alapú osztályozás: a naiv Bayes módszer

Valószínűségelméleti megközelítésben az osztályozó elkészítésének feladatát a $P(c_j|d_i)$ feltételes valószínűségi értékekre vonatkozó becslésként fogalmazhatjuk meg. Ez az érték megadja, hogy milyen valószínűséggel tartozik a d_i dokumentum a c_j kategóriába. A becslés a Bayes-tétel alapján történik, amely az alábbi összefüggést mondja ki feltételes valószínűségekre:

$$P(c_j|d_i) = \frac{P(d_i)P(d_i|c_j)}{P(d_i)}$$

A d_i dokumentumot ahhoz a c kategóriához rendeljük, amelyikre a $P(c_j|d_i)$ értéke maximális.

Ennek az osztályozónak az eredménye:

91.1 % futási idő: 3 perc

Legközelebbi szomszédokon alapuló osztályozó (k-NN)

A lineáris osztályozókkal ellentétben lokálisan, az adott tesztdokumentumhoz hasonló tanítódokumentum címkéje alapján osztályoz. Az adott dokumentum címkéjét k legközelebbi szomszéd esetén többségi döntés alapján határozzák meg.

Az osztályozást több k esetén is elvégeztem.

Az eredmények:

1NN: 51,45%; 5NN: 54,25%; 10NN: 58,35%;

20NN: 58,15% 50NN 53,05%

futási idő: 1-1,5 perc

Szupportvektor-gépek (SVM)

A számos más alkalmazási területen is jó eredményeket adó szupportvektor-gépekkel (Support Vector Machine) történő osztályozás szöveges dokumentumok esetén is egyike a leghatékonyabb módszereknek. Nem csak egy olyan hipersíkot keres, ami elválasztja a pozitív és negatív tanító mintákat, hanem ezek közül a legjobbat is kiválasztja, vagyis azt, amelyik a két osztály mintái között éppen „középen” fekszik.

Ennek az osztályozónak az eredménye:

98,1% futási idő: 0,5 perc

Saját osztályozók készítése

Az adatállományok Weka-ba való beolvasása és a Vektortér modell elkészítése után saját osztályozót is készíthetünk.

Rocchio osztályozó

Mivel a Rocchio osztályozót gyakran használják és a Weka programcsomagban nincs megvalósítva, ezért elkészítettem saját programmal.

- Meghatározzuk a c_j osztályokat reprezentáló centroidokat, amelyek az osztályba tartozó dokumentumvektorok átlagai.
- A dokumentum és az osztály hasonlósága ekkor meghatározható a dokumentumvektor és az osztály centroidjának koszinusz-távolságaként.
- Minden dokumentumot ahhoz az osztályhoz rendeljük, amelyikre a koszinusz-távolság nagyobb lesz.

Ennek az osztályozónak az eredménye:

97,9 % futási idő: 40 mp

A Rocchio osztályozó eredményei a Vektortér modell más reprezentációja esetén

bináris súlyozás: 97,95%; előfordulás alapú súlyozás: 95,3%

gyakoriság alapú súlyozás: 95,5%

A Vektortér mátrix méretének csökkentése: csak a legfontosabb oszlopok megtartásával

A Weka programban lehetőség van megadni, hogy a Vektortér mátrixot hány oszloppal készítse el. Ilyenkor azokat az oszlopokat tartja meg, amelyek a legfontosabb szavakhoz tartoznak. Ezzel a vektortér mátrix mérete és így a memóriaigény és a futási idő jelentősen csökkenthető.

Ebben az esetben az osztályozó eredménye:

1000 szó megtartásával 97,45% futási idő: 4 mp

2000 szó megtartásával 97,65% futási idő: 7 mp

5000 szó megtartásával 97,9% futási idő: 10 mp

10000 szó megtartásával 97,9% futási idő: 20 mp

A Vektortér mátrix méretének csökkentése: Stopszó szűréssel és lemmatizálással

Stopszó szűrés és lemmatizálás leírása: (Tikk, 2007; Subecz 2011 3)

Ezen esetekben az osztályozó eredménye:

Stopszó szűrés hatása 98,15% futási idő: 34 mp

Lemmatizálás hatása 97,75% futási idő: 29 mp

Stopszó szűrés és Lemmatizálás együttes hatása: 97,9% futási idő: 26 mp

Neurális hálózat alapú módszer

Bár a Weka programcsomagban vannak neurális hálózat alapú osztályozási lehetőségek, de nagyon lassan futottak le. Ezért készítettem egy saját programot hozzá. A legegyszerűbb bináris osztályozást végző neurális hálózat a **perceptron**. Minden bemenethez (20 969 db) egy súly tartozik. A tanításkor a súlyok értékét változtatjuk. A bemeneti vektor és a súlyvektor skaláris szorzata adja a hálózat kimeneti függvényét. Ennek értéke dönti el, hogy az adott dokumentumot melyik osztályba soroljuk.

A neurális alapú osztályozásnál készítettem egy optimalizálás nélküli megvalósítást és egy optimalizálási megoldást is.

Eredmények optimalizálás nélkül:

A következő beállításokkal futtattam az osztályozót: KezdoErtek = 2 (súlyok kezdeti értéke), EpochMax = 10 (tanulási lépések száma), γ = 1 (tanulási ráta)

Eredmény: 98,5% Futási idő = 7 mp

Eredmények optimalizálással:

Az osztályozást a következő egymásba ágyazott ciklusokkal futtattam le:

ciklus KezdoErtek = 0-tól 10 ig

 ciklus EpochMax = 1-től 12-ig

 ciklus Gamma = 0,1-től 10-ig 0,1-esével

Lépések száma = $11 \cdot 12 \cdot 100 = 13\,200$. Vagyis a program 13 200 osztályozót tanított és tesztelt. Együttes futási idő: 10 óra

1. táblázat: Az optimalizálás legjobb eredményei

Pontosság	dbrossz	dbjo	KezdőÉrték	EpochMax	γ
0,9915	17	1983	8	9	6,1
0,991	18	1982	9	7	9,8
0,9905	19	1981	7	11	9,6
0,99	20	1980	1	9	0,7
0,99	20	1980	2	9	1,4

Forrás: saját szerkesztés

Az optimalizálásnál a legjobb eredményt a következő beállítás adta:

Kezdőérték = 8; Epochmax = 9; $\gamma = 6,1$; Eredmény = 99,15 %

Az optimalizálás természetesen túltanulást jelent. Más tanító és teszt adatsornál bizonyára nem ez lenne a legjobb megoldás. Lehet, hogy ez csak egy átlagos eredményt adna.

Osztályozók eredményének összehasonlítása

2. táblázat Az osztályozók összehasonlítása:

Osztályozó	Pontosság (%)	Futási idő
Döntési fa alapú, nem vágott fa	95,1	8 perc
Döntési fa alapú, vágott fa	95,15	8 perc
naiv Bayes módszer	91,1	3 perc
(1-NN); (5-NN)	51,45; 54,25	1 perc
(10-NN); (20-NN); (50-NN)	58,35; 58,15; 53,05	1,5 perc
Szupportvektor-gépek (SVM)	98,1	30 mp
Rocchio, tf-idf súlyozás	97,9	40 mp
Rocchio, bináris súlyozás	97,95	40 mp
Rocchio, előfordulás alapú súlyozás	95,3	40 mp
Rocchio, gyakoriság alapú súlyozás	95,5	40 mp
Rocchio, 1000 szó megtartásával	97,45	4 mp
Rocchio, 2000 szó megtartásával	97,65	7 mp
Rocchio, 5000 szó megtartásával	97,9	10 mp
Rocchio, 10000 szó megtartásával	97,9	20 mp
Rocchio, Stopszó szűréssel	98,15	34 mp
Rocchio, Lemmatizálással	97,75	29 mp
Rocchio, Stopszó szűréssel és Lemmatizálással	97,9	26 mp
Neurális hálózat, optimalizálás nélkül	98,5	7 mp
Neurális hálózat, optimalizálással	99,15	10 óra

Forrás: saját szerkesztés

Kiemelt eredményeket adott osztályozók:

Neurális hálózat alapú módszer (98,5%; 7mp),
Szupportvektor-gépek (98,1%; 30 mp),
Rocchio osztályozó (98,15%; 34 mp)
Döntési fa alapú osztályozó (95,15%; 8 perc)

Összefoglalás

Dolgozatomban bemutattam a Weka adatbányászati szoftver használatát és a szövegosztályozás alapelveit. Ezután több szövegosztályozási módszert megvizsgáltam. Ennek a széleskörű vizsgálatnak az eredményei jól jellemezték, hogy milyen osztályozási módszereket érdemes alkalmazni a bemutatott típusú szövegeken.

Hivatkozott források

Jurafsky, M. D., Martin, J. H. (2009): Speech and Language Processing: An introduction to natural language processing, computational linguistics, and speech recognition. Stanford, CA : Pearson Prentice Hall.
Tikk D. (2007): Szövegbányászat. Typotex, Budapest
Subecz Z. (2011a): Stopszó szűrés, lemmatizálás hatása és osztályozás a Vektortér modellel, Tudomány napi Konferencia Szolnok
Subecz Z. (2011b): Szöveg feldolgozási lépések a Vektortér modellig, *Economica – A Szolnoki Főiskola Tudományos közleményei*, 11. szám, 2011. 57-68.o

Szerző:

Subecz Zoltán

főiskolai tanársegéd
Szolnoki Főiskola, Gazdaságelemzési és Módszertani Tanszék
subecz@szolf.hu

WEBES ADATBÁNYÁSZAT

SZOMMER KÁROLY

Összefoglalás

Az internetről összegyűjtött többletinformáció mindig előnyhöz juttathat bennünket egy-egy területen. Munkámban bemutatom, hogy viszonylag egyszerű ilyen információhoz hozzájutni, és ez a folyamat automatizálható is. A Vatera aukciós portálról egy crawler segítségével összegyűjtöttem a mobiltelefonos aukciós oldalon található információkat. Az adatgyűjtés után manuálisan meghatároztam 3500 hirdetés csoportját. Ezt követően adatbányászati algoritmusok segítségével döntési táblát generáltam, amely 95%-os pontossággal sorolta be megfelelően a mobiltelefonokat a megfelelő csoportba. A döntési táblákat az eredmények átvizsgálása után manuálisan tovább pontosítottam, így 99%-os pontosságot sikerült elérnem. Ezt követően a crawler által elmentett adatokat elemeztem. Az elemzés során törekedtem arra, hogy csak olyan eszközöket használjak, amelyek mindenki számára elérhetőek. A megszerzett információkat legális eszközök segítségével, a ráfordított munkaórák bérén kívül mindenféle többletköltség nélkül értem el. Az aukciók elemzése kezd egyre fontosabbá válni, különösen, hogy olyan aukciós házak is megjelentek már, amelyek mind virtuális, mind a valós világbeli fizetőeszközökkel párhuzamosan használhatóak. Ezzel az elemzéssel egy közösség preferenciáit tudhatjuk meg, így gyorsabban, pontosabban reagálhatunk a piacon, mert ismerjük az adott közösség igényeit, reakcióit. De mi lesz akkor, ha már nem csak a közösség, hanem az egyén preferenciáit is pontosan ismerni fogjuk?

Kulcsszavak: aukció, crawler, adatbányászat, mobiltelefon, elemzés

Web data mining

Abstract

The information collected from the internet may give us an advantage in certain cases. In my work, I'm going to show that getting such information is relatively easy and this process can be automated. I collected the information about mobile phone auctions with a web crawler from auction site Vatera. I manually assigned the groups of 3500 ads after the data collection, then generated a decision table using data mining algorithms that classified the phones with 95% accuracy. I classified the decision tables further after the examination of the results, and achieved 99% accuracy. Then, I analyzed the data gathered by the crawler. In the analysis I used tools that are available to everyone. I acquired these information with only legal tools without additional costs except the human resource cost. The analysis of the auctions is getting more and more important, particularly because there appeared auction houses where one can pay both by virtual and real money. We get to know the preferences of a community by this analysis, so we can react faster and more precisely to the changes of the market, because we know the need and reactions of the community. But what will happen if we will know not even just the preferences of a society, but the individuals too?

Keywords: auction, crawler, data mining, mobile phone, analysis

Bevezetés

Az internetre lépéssel egy időben sokszor mit sem sejtve a digitális lábnyomainkat is a weboldalak üzemeltetőinél hagyjuk. Az interneten található információkat felhasználva csak legális eszközöket használva már többlettudáshoz juthatunk, melyek valamilyen előnyhöz juttathatnak bennünket. Az internetről viszonylag egyszerű olyan információt kinyerni, hogy az számunkra valamilyen tevékenységünket pozitívan befolyásolja. Azt fogom bemutatni, hogy ez az extrakció automatizálható, amit munkámban a Vatera aukciós portál elemzésén keresztül fogok megtenni. (Vatera, 2012) A portálon mi határozzuk meg az egyes termékek árát mind vevői, mind eladói oldalról. Aki ezt az adattömeget feldolgozza, versenyelőnyhöz jut az adott piaci szegmensben: tudni fogja, hogy mely terméket milyen áron érdemes értékesíteni, hogy mekkora a kereslet, milyenek az árváltozási tendenciák, stb. A hivatalos eladók számára is fontos ez az információ, ugyanis manapság már ők is megjelennek az aukciós oldalakon. Munkámban a Vatera mobiltelefon aukcióit elemzem, azon belül is csak bizonyos kategóriájú telefonokat, és csak bizonyos típusokat fogok szerepeltetni.

Anyag és módszer

Az aukciós oldalról történő információkinyerés során először ki kell nyerni a megfelelő adatokat és el kell azokat tárolni. Az eltárolásra egy MySQL szervert választottam. (MySQL, 2012) A második lépésben az adatok összegyűjtése történt. Erre a feladatra egy crawlert készítettem, PHP nyelven. (Cheng-Hsien, Shi-Jen, 2008). A crawler a Vatera mobiltelefonos oldalait nézte végig, abból reguláris kifejezések segítségével (regular-expressions.info, 2012) összegyűjtötte a termékek részletes adatait, majd azokat eltárolta egy adatbázisban. Ezt követően a crawler futását automatizáltam, amely óránként lefutva átlagosan 9000 rekordot generált. Az automatizáláshoz a linux crontab és php parancsát használtam fel. (Schwarz, 2000)

A második részben az adatok manuális feldolgozása következett. Első lépésben exportáltam az első óra adataiból véletlenszerűen 3500 rekordot, majd manuálisan besoroltam őket a megfelelő kategóriába. Ezután megvizsgáltam, hogy mely kategória fordul elő legalább 20 alkalommal, ezek a következők: Dual SIM Kínai, Egyéb, iPhone 3, iPhone 4, Nokia 5230, Nokia 6500, Nokia c5-03, Nokia N9, Nokia N95, Samsung s5230, Samsung s5620, Sony Ericsson X8, Sony Ericsson Xperia. A kategóriák közül a Dual SIM Kínai-t elemezve később átsoroltam az Egyéb kategóriába a termékek tulajdonságainak nagymértékű inhomogenitása miatt.

A harmadik részben ki kellett választani egy mindenki számára elérhető, teljesen ingyenes adatbányászati eszközt, amely segítségével a besorolási szabályokat elkészíthettem, továbbá meg kellett határozni, hogy milyen módszerrel készítem el a besorolási szabályokat. A The University of Waikato által fejlesztett WEKA adatbányászati eszköz tökéletesen megfelelt a számomra. (Hall et al., 2009). A szövegek adott kategóriába történő besorolására sokféle módszer áll a rendelkezésünkre, (Sasaki, 2008; Manne, 2011). Azonban minden esetben célszerű a szövegekből szóvektorokat generálni. (Saad & Ashour, 2010). Ezt a WEKA-ban egy felügyelet nélküli szűrő segítségével tehettem meg. A szűrő futtatása előtt beállítottam, hogy a szöveget alakítsa át csupa kisbetűsre, továbbá, hogy csak azokat a szavakat tartsa meg, amelyek legalább 10-szer előfordulnak.

Fontos volt, hogy a besorolási szabály könnyen leprogramozható legyen, így kipróbáltam a döntési fa készítő, (Saad - Ashour, 2010).valamint a döntési táblázat

készítő algoritmusokat. (Kohavi, 1995). A döntési tábla készítésével jobb eredményt tudtam elérni, így ezzel a módszerrel foglalkoztam tovább. Az attribútum keresési módjának több változatát is ki lehet próbálni a WEKA-ban. Több lehetőség közül a legjobb eredményt a scatter search-el kaptam, (Lopez, 2004), ami egy populáció alapú módszer: 95,155%-os pontossággal sorolta be az egyes mobilokat a megfelelő kategóriába, 19 darab szabály segítségével. Megvizsgálva a pontatlanul besorolt rekordokat, néhány további szabály hozzáadásával 99%-os pontosságot értem el.

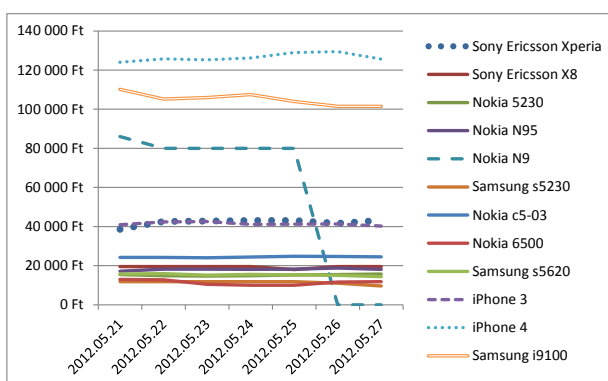
A feldolgozó modul jelenleg csak a legegyszerűbb statisztikai információkat szolgáltatja az eltárolt adatokból: darabszám, minimum licit, maximum licit, átlag licit, licit szórása, villámár darabszáma, minimum villámár, maximum villámár, átlag villámár, villámár szórása. A licit az, amikor a vásárló miután licitált a termékre a verseny még tovább folytatódik, mások is tovább licitálhatnak rá. A villámár esetében leütéskor már nem folytatódik a verseny, a vevő a terméket megszerzi az adott áron. (vatera, 2012)

Eredmények

Az elkészített crawlert a Vatera oldalán bármikor le lehet futtatni, akár manuálisan, akár automatizálva, így mindig naprakész információkat tudunk kinyerni a mobiltelefonok aukciós oldaláról. A feldolgozó modul szintén bármikor a rendelkezésre áll. A két modul segítségével tetszőleges percben rendelkezhetünk a legfrissebb információval a piacot illetően.

Az adatgyűjtés 2012. május 20-án, 20:00-kor kezdődött és 2012. június 28-án, 9:03-kor ért véget. Összesen 8 654 698 rekord került felvitelre az adatbázisba, amely 1,6 GB-nyi adatot jelent.

Az adatok feldolgozása után az 1. ábrán jól látszik bizonyos kategóriák közt a különbség. Láthatjuk a felső kategóriás telefonokat, a közép- és alsó kategóriásakat is.



1. ábra: Átlagos villámárak változása és a kategóriák elkülönülése az első héten

Forrás: Saját szerkesztés

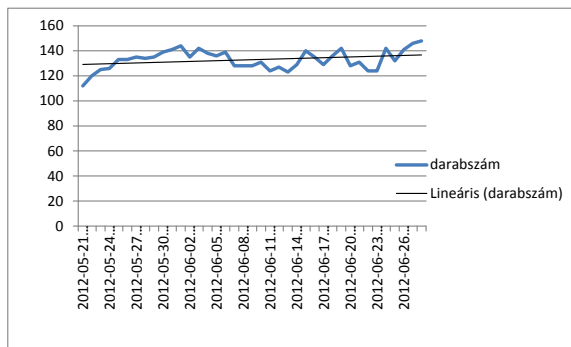
A következőben kiemelek egy típust: az iPhone 4-est, melynek a részletes adatai közül néhányat bemutatok. Azért ezt a típust emelem ki, mert egy szerencsés véletlen folytán az egyik ábrán keresztül lehetőségem van bemutatni a virtuális világok aukciós házaiban oly jellemző árfolyásolást is.

Fontosnak érzem, hogy kitérjek a virtuális világok aukciós házaira is, ugyanis az interneten már nem az első olyan aukciós ház jön létre, amely mind virtuális, mind valódi fizetőeszközzel párhuzamosan is működik. A legújabb ilyen fejlesztés a Blizzard

egy nemrég kiadott játékához, a Diablo III-hoz készült. (Diablo III. Auction House, 2012)

A virtuális világokban az aukciós házakkal való interakciót legtöbbször egy-egy külön erre a célra készített szoftver segíti. (Auctioneer, 2012)

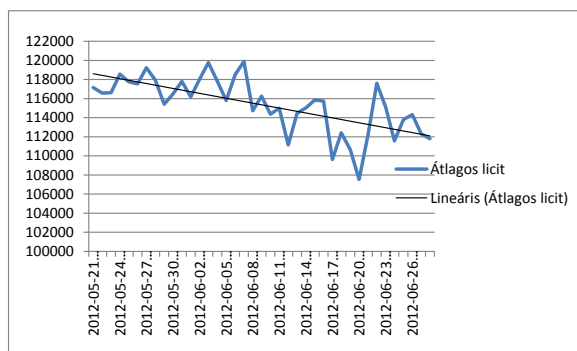
A játékosok közül az ügyesebbek az árakat is manipulálni tudják, mert a legtöbbjük ezeket a szoftvereket használja a tárgyak árazásához. Erre még a 4. ábránál visszatérek.



2. ábra: Az iPhone 4 számának változása a vizsgált időszakban

Forrás: Saját szerkesztés

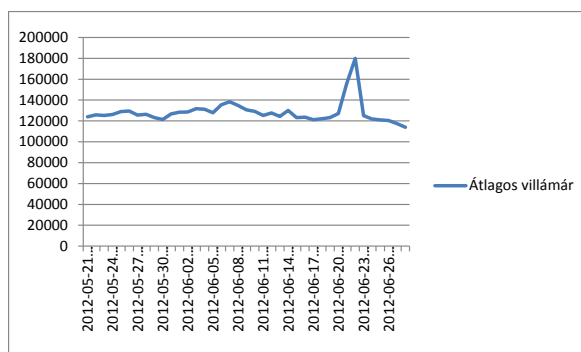
Ahogy azt a 2. ábrán láthatjuk, az iPhone 4 hirdetések száma a vizsgált időszakban megnőtt, azonban ezzel együtt a 3. ábráról jól leolvasható, hogy az átlagos licitáruk csökkent. Az igazán érdekes adatokat majd az iPhone 5 megjelenése és az utáni időszakban fogjuk kapni: vajon hogy alakul majd az eladási mennyiség és az ár?



3. ábra: Az iPhone 4 átlagos licitára a vizsgált időszakban

Forrás: Saját szerkesztés

Az átlagos licitáron még nem látszik, hogy június 21-én és 22-én egy extrém magas áru készülék (500 000 Ft kezdő licit, 1 100 000 Ft villámár) is szerepelt az aukciós portálon, azonban a 4. ábra már árulkodik arról, hogy nem volt minden ár rendben.



4. ábra: Az iPhone 4 átlagos villámára és az extrémum hatása

Forrás: Saját szerkesztés

Néhány kilógó érték a szoftverben még korrigálható, azonban a virtuális világokban vannak, akik a szoftverek átveréséből mesterséget űznek.

Következtetések, javaslatok

Érdeemes lesz egy új termék megjelenésekor az árakat folyamatosan monitorozni: a megjelenés milyen módon befolyásolja majd azokat, és milyen piaci ártrendeződés jön létre?

Érdeemes lenne elvégezni a vizsgált kategóriák kibővítését, valamint az egyes készülékek kategórián belüli szeparálását is, természetesen megtartva az aggregált információkat is (kibonthatóság).

A legújabb, Blizzard által elkészített aukciós házon végzett vizsgálat során pedig érdemes lenne megvizsgálni: a virtuális világok termékeinek árbefolyásolása vajon elmozdítja-e a virtuális fizetőeszköz és a valódi pénz közötti konverziós rátát?

Legvégül pedig: mi lenne, ha nem csak az aukcióhoz tartozó adatokat szednénk össze az internetről az eladókról, vevőkről, és azok alapján tovább súlyoznánk őket megbízhatóság szempontjából?

Köszönetnyilvánítás

A kutatás a TÁMOP 4.2.2/B-10/1-2010-0023 projekt keretében készült. Szeretnék köszönetet mondani a lehetőségért és a pénzügyi támogatásért.

Hivatkozott források

Vatera (2012): (<http://www.vatera.hu/segitseg/>)

Auctioneer (2012): (<http://auctioneeraddon.com/>)

Cheng-Hsien, Y. - Shi-Jen, L. (2008.). Paralell Crawling and Capturing for On-Line Auction. Lecture Notes In Computer Science, 5075. kötet., 455-466. o.

Diablo III. Auction House (2012): (<http://us.battle.net/d3/en/game/guide/items/auction-house>)

Hall, M. - Frank, E. - Holmes, G. - Pfahringer, B. - Reutemann, P. - Witten, I. H. (2009): The WEKA Data Mining Software: An Update. SIGKDD Explorations, 11. (1)

- Héder, M. - Farkas, T. - Oláh, T. - Illés, S. (2011): Mashing Up Natural Language Processing, Recommender Systems and Search Engines to Support Wiki Article Editing. ESWC 11 AI Mashup Contest. Heraklion.
- Kohavi, R. (1995): The Power of Decision Tables. Proceedings of the 8th European Conference on Machine Learning, 174-189. o.
- López, F. G. - Torres, M. G. - Batista, B. M. - Pérez, J. A. - Moreno-Vega, J. M. (2004.): Solving feature subset selection problem by a parallel scatter search. European Journal of Operational Research, 169. 477-489. o.
- Manne, S. - Fatima, S. S. (2011): A Novel Approach for Text Categorization of Unorganized data based with Information Extraction. International Journal on Computer Science and Engineering, 3. (79, 2846-2854. o.
- MySQL (2012): (<http://www.mysql.com/>)
- Regular-Expressions.info, (2012): (<http://www.regular-expressions.info/>)
- Saad, M. K., Ashour, W. (2010): Arabic Text Classification Using Decision Trees. Workshop on computer science and information technologies CSIT'2010, 75-79. o.
- Sasaki, Y. (2008): Automatic text classification. – előadás
- Schwarz, M. A. (2000):. Linux Job Scheduling. Linux journal, 2000. kötet, 77. sz.

Szerző:

Szommer Károly

Ph D hallgató

Budapesti Corvinus Egyetem

Számítástudományi Tanszék

ifj.szommer.karoly@gmail.com

AZ IPAD OKTATÁSI LEHETŐSÉGEI

KOVÁCS ENDRE

Összefoglalás

Az amerikai Apple cég 2010-ben jelent meg az iPad nevű termékével. Az eltelt bő két év alatt az eszköz fantasztikus sikereket ért el, sokan forradalomról beszélnek az informatikában. Tanulmányunkban arra kerestük a választ, hogy minek köszönhető ez a fantasztikus siker.

Az iPad-et az iPhone „nagy testvérének” is tartják, hiszen ugyanolyan operációs rendszeren működnek. Ez az indulásnál azzal a hatalmas előnnyel járt, hogy több százezer kész szoftver várta az iPad-et. Viszont addig, amíg az iPhone alapvetően telefonálásra lett kitalálva, az iPad egy mobil multimédiás eszköz.

Hardver szempontjából a felsőkategóriás termék, minősége kiváló. Az Apple által szabadalmaztatott multitouch technológia könnyű kezelhetőséget biztosít. A felhasználói élményt fokozzák a beépített mozgásérzékelő szenzorok.

A készülék kiváló multimédiás képességekkel rendelkezik, fotók nézegetésére, zenék hallgatására, filmek nézésére egyaránt alkalmas. Nincs hozzá flash támogatás de egy kliens segítségével Youtube filmeket is nézhetünk.

WiFi vagy mobilnet kapcsolatnak köszönhetően az internetes szolgáltatások is rendelkezésre állnak (e-mail, www, youtube).

Az iPad-et sokan a papíralapú tartalmak „sírásójának” is tekintik. Az iBooks programmal elektronikus könyveket olvashatunk és egyre több kiadó jelenteti meg újságjait, kiadványait az iPad-en elektronikus formában is.

A készülék az oktatásban is új lehetőségeket kínál. Az iTunes University szolgáltatásban jelenleg világszerte több mint 800 egyetem üzemeltet aktív iTunes U-webhelyet, több mint 350 ezer olyan hang- és videofájlhoz férnek hozzá, amelyeket oktatási intézmények publikáltak a világ minden tájáról.

Kulcsszavak: Apple, iPad, iPhone, Apple Store, iTunes University

Ipadi in education

Abstract

The American Apple company launched a product called iPad in 2010. The device has achieved fantastic success since then, lots of people talk about revolution in informatics. In our study we aim to find the answer to this outstanding success.

IPad is often considered the “big brother” of iPhone as they work on similar operating systems. At the very beginning it was enormous advantage as more hundred thousand software programmes were ready for iPad. But iPhone was basically invented for making phone calls and iPad is mobile device for multimedia applications.

In terms of high-end hardware, the quality of the product is also excellent. The multitouch technology parented by Apple also provides user-friendly manageability. The user experience is further enchanted by the built-in motion sensors.

The device possesses outstanding multimedia capabilities for viewing pictures, listening to music or watching movies. Although, it is not equipped with flash support but with the help of a client Youtube films are also available to watch.

Due to WiFi or mobilenet, the Internet services are at our disposal, too. (e-mail, www, youtube).

IPad is often considered the “gravedigger” of paper-based contents. Together with iBooks we are able to read e-books on iPad and more and more publisher companies publish their products in electronic forms.

This device offer new opportunities in education, too. Under the term iTunes University more than 800 universities operate active iTunes U-webs, and more than 350 thousand media files are available produced by all parts of the world.

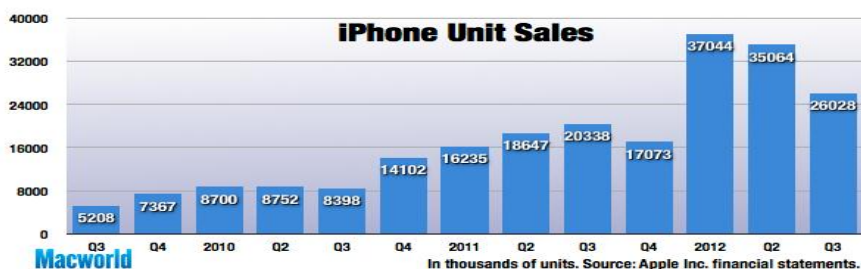
Keywords: Apple, iPad, iPhone, Apple Store, iTunes University

Bevezetés

Ha az informatika történetét áttekintjük, elmondható, hogy az utóbbi 30 évben az amerikai Apple cég az információtechnológia egyik meghatározó vállalata volt. Ez idő alatt a cég működése nem volt mindig zökkenőmentes. 1997-ben bevételeik olyan mélypontra estek, hogy az Apple fennmaradása forgott veszélyben. Ugyanebben az évben tette Michael Dell, a Dell alapítója és vezérigazgatója a híres megjegyzését, miszerint „Én becsuknám a boltot, és visszaadnám a pénzt a részvényeseknek.” Az eltelt 14 év alatt nagyot változott a világ. A cég hihetetlen utat tett meg. A világ második legértékesebb vállalata lett. Az Apple részvényeinek emelkedése miatt már 600 milliárd dollárra becsülik a vállalat értékét 2012-ben. A számítástechnikai vállalat készpénzállomány a biztonsági tartalékokat is figyelembe véve június végi adatok szerint több mint 100 milliárd dollárra rúgott. Ennek a fejlődésnek sok összetevője van, de látni fogjuk, hogy alapvetően a 2007-ben piacra dobott iPhone és a két éve megjelent iPad döntő szerepet játszanak a cég sikerességében.

Az iPhone-nal kezdődött

2007-ben az Apple bejelentette, hogy megjelenik az iPhone-nal a felsőkategóriás mobiltelefonok piacán. Többen figyelmeztették, hogy olyan területre merészkedik, ahol nem sok üzleti babér teremhet számukra. Ekkor a Nokia piacvezető szerepe meginghatatlannak tűnt, a menedzserek egytől-egyig Blackberry-t használták és az okostelefonok piacán olyan versenytársak várták, mint a HTC vagy a Samsung.



1. ábra Az iPhone negyedéves forgalmai 2010-től

2011-re az iPhone az egyik piacvezető mobiltelefonná vált. Az 1. ábra az iPhone eladások növekedését szemlélteti. 2012 közepére a negyedéves eladások elérték a 37 millió darabot, összes eladás pedig túllépte a százmillió darabot.

Az iPhone sikerének több összetevője van. A kiváló ár- és üzletpolitika mellett az Apple mindig nagyon erős volt a marketingben is. De a telefon kezelhetőségében nyújtott újítás az ún. multitouch technika volt talán a siker legnagyobb részese. Ennek köszönhetjük, hogy manapság egy telefonon nincsenek nyomógombok, hanem az érintő képernyőn, az újunk segítségével tudjuk a készüléket irányítani. Ezt a technikát használták fel 2010-ben az iPad megjelenésekor is.

Az iPad két éve

2010 januárjában az Apple újabb váratlan bejelentést tesz, az iPhone-hoz hasonló, de 10 colos érintő képernyővel ellátott tablet pc-t fog forgalmazni áprilistól iPad néven. Az iPad története nem választható el az iPhone sikereitől. Sokan az iPad-et az iPhone „nagy testvérének” is tartják, hiszen ugyanolyan operációs rendszeren működnek. Ez az indulásnál azzal a hatalmas előnnyel járt, hogy több százezer kész szoftver várta az iPad-et. Viszont addig, amíg az iPhone alapvetően telefonálásra lett kitalálva, az iPad egy mobil multimédiás eszköz.

A siker itt is meggyőző, 1 hónap alatt 1 millió példány kelt el, 80 nap alatt az eladások átlépték a 3 millió darabos határt. 2010-ben több mint 14,8 millió az eladott készülék száma, 2011-s előrejelzések szerint akár 40-50 millió iPad is gazdára találhat. 2011. március 2-án bejelentik az iPad 2-t és néhány napon belül forgalmazzák is, és ebből a készülékből 2011. év 2. negyedévében több, mint 9 millió darabot értékesítettek. 2012. márciusában megjelenik az iPad 3 (hivatalos nevén új iPad), aminek újdonsága a Retina display, amivel nagyobb felbontású és sokkal szebb képet lehet elérni. Az új modellnek köszönhetően az eladások elérték a 17 darabot 2012-ben.



2. ábra Az iPad negyedéves forgalmai 2010-től

A 2. ábrán jól látható, hogy az iPad hasonló utat járt be, mint az iPhone és igazolja azt a Bevezetőben tett megállapítást is, hogy a céget az iPhone és az iPad tette a világ egyik legnagyobb vállalatává.

Az iPad műszaki értékelése

A 3. ábra adatai is mutatják, hogy az iPad2 műszaki szempontból egy korszerű, multimédiás eszköz. A képi megjelenítésről egy LED technológiájú, 10 colos, 1024x768 felbontású LCD panel gondoskodik, amellyel akár HD Ready filmeket is nézhetünk. Ehhez a képminőséghez erős processzortámogatás is szükséges, amit egy 1 GHz-es, kétmagos, egyéni kialakítású, nagy teljesítményű, kis energiafelhasználású Apple A5 rendszerchip valósít meg. Szintén a multimédiás megjelenítést segíti a hátsó kamera, amivel HD minőségben tudunk rögzíteni illetve az első kamera, amivel videó beszélgetést tudunk folytatni. Ehhez hangszóróval és mikrofonnal is rendelkezik a készülék. Vagyis minden adott, hogy képeket, filmeket nézzünk, rögzítsünk vagy zenét hallgassunk az iPad-en. Főleg a játékprogramok használják az érzékelőket, háromtengelyű giroszkóp, gyorsulásmérő és fényérzékelő formájában.

A készülék képességeit állandó internet eléréssel tudjuk igazán kihasználni. Az iPad a legkorszerűbb vezeték nélküli technológiákat támogatja WiFi és a Bluetooth szintjén. Kapható 3G mobiltechnológiával ellátott változat is.

A hagyományos notebookok 2-3 órás akkumulátor idejét igencsak lekörözi az iPad 10 órás üzemideje, így egy hosszabb utazásnál sem kell a lemerüléstől tartani.

Összességében elmondható, hogy az iPad egy kiváló és modern hardverrel felszerelt készülék. De a 3. ábrán is látszik, hogy ilyen paraméterekkel a konkurens is rendelkeznek, vagyis a sikerhez a jó hardver szükséges, de még nem elégséges feltételt jelent.

Az iPad multimédiás képességei

A hardver értékelésénél látható volt, hogy az iPad műszakilag képes egy komplex multimédiás eszközként működni. A szolgáltatásokat végző szoftvereket már az operációs rendszer is tartalmazza - néhol ugyan korlátozottan -, de rengeteg extra és kibővített változat tölthető le az App Store-ból is.

Az iPad tartalmaz kamerákat is, tehát készíthetünk vele fotókat is, de mérete illetve a kamerák minősége miatt nem tudja felvenni a versenyt egy jó digitális fényképezőgéppel. Ez nem is cél, viszont gyors, eseti fotózás megoldható vele. Sajnos a készülékre fényképezőgépről közvetlenül nem tudunk fotókat áttölteni. Szükséges egy közvetítő számítógép rajta az iTunes programmal, vagy egy speciális illesztő interface. Viszont ha már áttöltöttük fotóinkat, kiváló képminőségben, látványos slide show keretében tudjuk levetíteni azokat, vagyis digitális képkeretként is használható az iPad.

Az iPhone-ban és az iPad-ben is megtalálható az Apple mp3 zenelejátszójának, az iPodnak a szoftvere. Ez egy bevált multimédiás szoftver, ahol zene és videó fájlokat is lejátszhatunk, játéklistákat állíthatunk elő. Itt is az iTunes-ra van szükségünk a szinkronizáláshoz. Sajnos az Apple híres zeneboltja magyarországi felhasználóknak még nem áll rendelkezésre.

A filmek lejátszása is a zenéhez hasonlóan, az iPod médialejátszójával történik, akár HD minőségben. A filmek a kijelzőn szépek, szaggatásmentesek. Az iPad egyik újítása, hogy lehet hozzá kapni egy VGA vagy HDMI átjátszó kábelt, és így akár házimozis rendszerhez, illetve projektorhoz is csatlakozhatunk és vetíthetünk filmeket a készülékről.

Papíralapú tartalmak felváltása az iBook rendszerrel

Már az iPad megjelenése előtt jelentős a volt a hagyományos, papíralapú újságok, könyvek, kiadványok példányszámának visszaesése. Sokak szerint az iPad újabb szöveget ver bele ezen termékek koporsójába.

A készülék – iBook néven - tartalmaz egy kliens programot, amelyekkel a divatos epub formátumú elektronikus könyveket tudjuk szép, esztétikus formában olvasni. De ha csak PDF formátumban van rögzítve a könyvünk, azt is tudja olvasni az iBook rendszer.

2012 elején az Apple megjelentette az iBook Author nevű fejlesztő eszközt, amelynek a segítségével könnyen, de nagyon látványosan hozhatunk létre elektronikus könyveket az iPad iBook-jának számára.



3. ábra Az iBook Author kezelő felülete

Az oktatás az a terület, ahol nagyon jól kihasználhatóak az iPad lehetőségei. Az iBook könyv olvasó rendszerre tankönyveket is lehet integrálni, és így akár a főiskolákon, egyetemeken a hagyományos jegyzetnyomatást is felválthatja (3. ábra).

Az internet korában nemcsak a papír könyvek, hanem a hagyományos újságok is veszélyben vannak. A nagy kiadók sorra jelentetik meg újságjaikat az iPad-en ingyenesen vagy jóval alacsonyabb előfizetői áron. Ezek az újságok, magazinok kihasználják a multimédiás előnyöket és a szöveges és képi információk mellett, gyakran használnak fel videó és auditív elemeket is.

IPAD az oktatásban

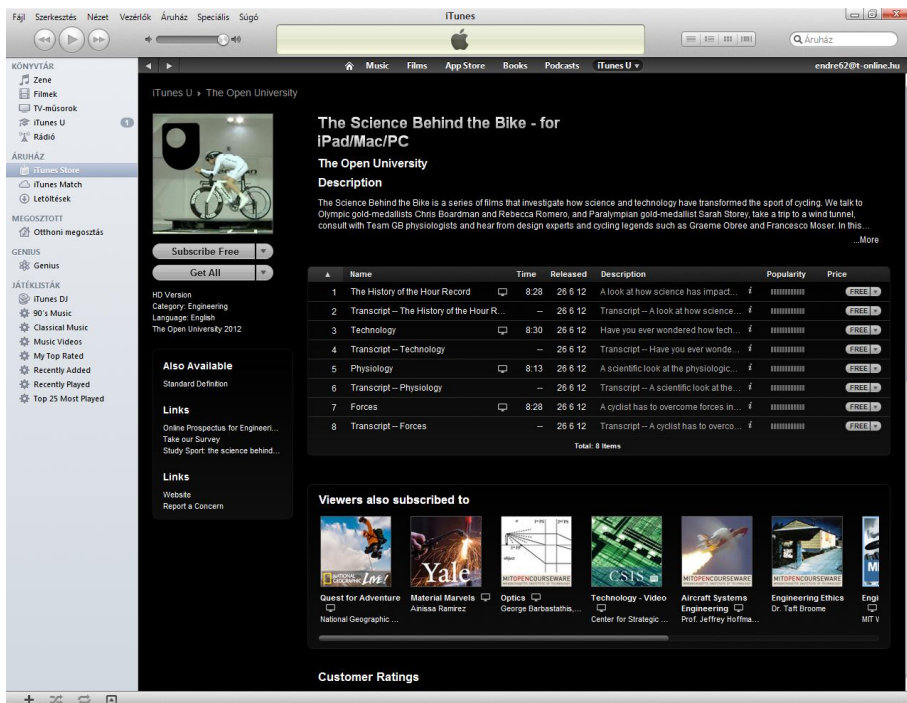
A készülék multimédiás képességeit kihasználó oktató alkalmazások használata jelentheti a jövőt. Ilyen látványos, multimédiás oktatóprogramok százait lehet már most is letölteni az App Store-ból. Az iTunes programmal egyszerűen lehet iPad-ünkre felvinni a programokat. (4. ábra) Ezek jó része ingyenes, de a fizetősek sem kerülnek néhány eurónál többre.



4. ábra Az iTunes oktatási programjai iPad-re

Az iTunes University

Az Apple a felsőoktatásban is szeretne fontos szerepet játszani. Ezt igazolja, hogy az iTunes keretrendszerébe integrálta az iTunes University szolgáltatást. A főiskolákkal és egyetemekkel együttműködésben létrehozott iTunes U egyszerű lehetőség a tanulás kiterjesztésére. iTunes U szekciója a világ kiemelkedő intézményei által közzétett tartalomhoz kínál nyilvános hozzáférést – mint például a Harvard, az MIT, a Cambridge, az Oxford, a University of Melbourne vagy a Université de Montréal. Jelenleg, világszerte több mint 800 egyetem üzemeltet aktív iTunes U webhelyet, hozzáférést biztosítva ezzel a több mint 350 e hang- és video fájlhoz, amelyeket oktatási intézmények publikáltak a világ minden tájáról



5. ábra Egy kurzus az iTunes University-ről

Mindenféle tudományágból kurzusok tízezrei várják az egyetemistákat és főiskolásokat, hogy megkönnyítsék a tanulást. Ezek a kurzusok teljesen ingyenesek, gyakran tartalmaznak hang és videó anyagokat illetve ellenőrző tesztek. Reménykeltő, hogy a közeljövőben Magyarország is bekerülhet a rendszerbe.

Az iPad lesz a jövő számítógépe?

A leírtakból látható, hogy az iPad megjelenése óta eltelt bő két év sikertörténet a készülék életében. A címben feltett kérdésre – Az iPad a jövő számítógépe lesz-e? – mégse lehet egyértelműen igennel válaszolni. Egy remek multimédiás eszköz, kiválóan lehet vele internetezni, élvezetes játékprogramokkal szórakozhatunk vele. De egy valamiben gyenge: billentyűzet hiányában szöveges információk készítésében nagyon nehézkes, vagyis az állandó irodai munkára alkalmatlan. Ebben egy átlagos notebook jobb. Vagyis ha valaki a hordozható számítógépén szövegszerkesztő, táblázatkezelő vagy az oktatásban fontos prezentációkezelő programot is akar folyamatosan használni, nem érdemes a notebookot iPad-re cserélni. Viszont a multimédiás képességek, a könnyű kezelhetőség, a nagyfokú mobilitás és rengeteg alkalmazás mindenképpen versenyképessé teszi az iPad-et és a többi tablet pc-t az informatikai piacon.

Az eladott mennyiségek, az eladások növekedésének üteme azt igazolja, hogy van rá igény. Az iPad őrzi ezen a területen a piacvezető szerepét, bár a konkurencia próbál a nyomába érni. Az Kindle Fire, Google Nexus, a Samsung Galaxi Tab és a Microsoft Surface megjelenése igazolja, hogy a multinacionális IT cégek komoly fantáziát látnak a tablet piacon. Ha az Apple továbbra is kiváló piacpolitikával és marketinggel kezel

terméket és folyamatosan fejleszti, akkor elérheti, hogy az iPad ugyanolyan használati eszköze lesz mindennapjainknak, mint ma egy mobiltelefon.

Szerzők

Dr. Kovács Endre; PhD
Károly Róbert Főiskola
Közgazdasági, Módszertani és Informatikai Intézet
endre@karolyrobert.hu

MÓDSZERTAN SZEKCIÓ



E-LEARNING A FELSŐOKTATÁSBAN – DIDAKTIKAI LEHETŐSÉGEK A FELNŐTTKÉPZÉSBEN

AMBRUSNÉ SOMOGYI KORNÉLIA

Összefoglalás

Az elmúlt évi konferencián beszámoltunk az Óbudai Egyetem e-learning rendszerének használatáról, a hallgatók és az oktatók körében a rendszerrel kapcsolatos felméréseink eredményéről.

Ebben az évben vizsgálatainkat két irányban folytatjuk. Egyrészt áttekintjük a különböző felsőoktatási intézményekben használt e-learning rendszereket, előnyeiket, hátrányukat, felhasználásuk mértékét.

Másrészt az e-learning és a felnőttképzés kapcsolatáról, a felnőttképzésben – levelező és távoktatásban – alkalmazható módszerekről, a képzésben részt vevő hallgatók tapasztalatairól adunk tájékoztatást egy, az intézményünkben végzett újabb felmérés alapján.

Kulcsszavak: *e-learning, andragógia, Moodle, felnőttképzés*

E-learning in higher education – didactic opportunities in adult training

Abstract

Last year in the conference we talked about the use of e-learning system of Obuda University, about the results of measuring we carried out among teachers and students in connection to this system.

This year we continue our examinations in two directions. On the one hand we review the e-learning systems used at the higher education, the advantages, the disadvantages.

On the other hand we give information about the connection of e-learning and the adult training, which methods we can use in the adult training – in the correspondence and in the tele courses –, about the experience of the students according to a recent survey at our university.

Keywords: *e-learning, andragogy, Moodle, adult training*

Bevezetés

Ma az Internet korában szinte minden felsőoktatási intézményben használnak valamilyen elektronikus tanulást segítő rendszert. Vannak intézmények, ahol csak tananyagot tesznek ki az Internetre, de szép számmal találunk különböző e-learning rendszereket is. Az egyetemek és főiskolák listáját végignézve, megvizsgáltam, hogy a netről – anélkül, hogy külön megadták volna a hozzáférhetőséget, milyen rendszerek érhetőek el.

E-learning rendszerek a felsőoktatási intézményekben

Külön vizsgáltam az egyetemek és a főiskolák e-learning rendszereit. Vizsgálatom közben találtam a Nyugat-Magyarországi Egyetem Berzsényi Dániel karának (<http://ela.ttmk.nyme.hu>) tanulmányára, ahol 2008-ben hasonló felmérést végeztek, így megpróbáltam összehasonlítani a két felmérés eredményét.

Egyetemek

Az Egyetemek.lap.hu-n megtalálható lista alapján az alábbi egyetemek honlapját vizsgáltam meg:

- Budapesti Corvinus Egyetem – a Moodle rendszert használják, e-learning portált üzemeltetnek.
- Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem – integrált, az egyetem honlapjáról elérhető e-learning rendszert nem üzemeltetnek, de az egyes intézetek használják a Moodle rendszert.
- Debreceni Egyetem – a Moodle e-learning rendszert használják.
- Eötvös Loránd Tudományegyetem – integrált e-learning rendszert működtet, amely minden karról hozzáférhető, továbbá a Tanító- és Óvónőképző Főiskolai Kar külön rendszert is üzemeltet.
- Kaposvári Egyetem – a Coospace rendszert üzemelteti.
- Liszt Ferenc Zeneművészeti Egyetem – nem találtam e-learning rendszert.
- Magyar Képzőművészeti Egyetem – nem találtam e-learning rendszert.
- Miskolci Egyetem – az egyetem az Észak-Magyarországi Regionális Távközponttal közösen kiterjedt e-learning tevékenységet végez, Coedu és Apertus alapú kurzusokat is üzemeltet. Az Egyetem a Moodle rendszert is használja, 17 kurzussal.
- Moholy-Nagy Művészeti Egyetem – nem találtam e-learning rendszert.
- Nemzeti Közszolgálati Egyetem – többek között a Zrínyi Miklós Nemzetvédelmi Egyetem utódja – nem találtam a honlapon elérhető e-learning rendszert.
- Nyugat-Magyarországi Egyetem – használják a Moodle rendszert, de az egyetemi honlapon nem hozzáférhető. A Természettudományi Kar honlapjáról érhető el a Moodle rendszer – az ELA Regionális eLearning Akadémia keretén belül készült a [2] tanulmány.
- Óbudai Egyetem – az egyetem a Moodle rendszert használja, egyrészt integrált rendszerként, 280 kurzussal, de a Trefort Ágoston Mérnökpedagógiai Központ saját Moodle rendszert (is) üzemeltet.
- Pannon Egyetem – karonként működtet e-learning oktatási rendszert, a Moodle rendszert használják – a kurzusok száma a 700-at is meghaladja. A rendszer használat viszonylag új, [2] alapján 2008-ban még nem használták a rendszert.
- Pécsi Tudományegyetem – az egyetem a Coospace rendszert üzemelteti, a Természettudományi Kar viszont a Moodle rendszert használja több, mint 200 kurzussal.
- Semmelweis Egyetem – a Moodle e-learning rendszert használják – viszonylag nem régen.
- Szegedi Tudományegyetem – a Coospace rendszert használják.
- Szent István Egyetem – a Moodle e-learning rendszert használják
- Széchenyi István Egyetem – az egyetem két e-learning rendszert is használ, egyrészt a Coedu programot, másrészt kb 220 kurzussal a Moodle rendszert.
- Színház- és Filmművészeti Egyetem – nem találtam e-learning rendszert.
- Debreceni Református Hittudományi Egyetem – az egyetemhez tartozó Kölcsey Ferenc Református Tanítóképző Főiskola – a Moodle rendszert használja.
- Evangélikus Hittudományi Egyetem – nem találtam e-learning rendszert.

- Károli Gáspár Református Egyetem – nem találtam a honlapjukon e-learning rendszert.
- Országos Rabbiképző - Zsidó Egyetem – nem találtam e-learning rendszert.
- Pázmány Péter Katolikus Egyetem – nem találtam a honlapról hozzáférhető e-learning rendszert, bár [2] alapján létezik náluk a Moodle rendszer.
- Andrássy Gyula Budapesti Német Nyelvű Egyetem – nincs az interneten e-learning rendszerről adat.
- Közép-Európai Egyetem (CEU) – nem találtam a honlapon e-learning rendszert.

Főiskolák

A Főiskolák.lap.hu-n megtalálható lista alapján az alábbi főiskolák honlapját vizsgáltam meg – kihagyva azokat az intézményeket, amelyek egyetemi karként működnek:

- Budapesti Gazdasági Főiskola – a Coospace e-learning rendszert használják – [2] alapján a Moodle-t is, de én nem találtam nyomát.
- Dunaújvárosi Főiskola – oktatási segédanyagok belső hálózatról jelszóigénylés után letölthetők, e-learning rendszert a honlapon nem találtam.
- Eötvös József Főiskola – nem találtam e-learning rendszert a honlapon.
- Eszterházy Károly Főiskola – Moodle e-learning rendszert üzemeltetnek.
- Károly Róbert Főiskola – a Moodle rendszert használják, külön E-learning Módszertani Egység dolgozik náluk.
- Kecskeméti Főiskola – a Moodle rendszer használják, a GAMF Karnak és a Kertészeti Karnak vannak kurzusai.
- Magyar Táncművészeti Főiskola – nem találtam e-learning rendszert.
- Nyíregyházi Főiskola – egy Virtuális Campust hoztak létre, a Moodle rendszert használják.
- Szolnoki Főiskola – az Ilias távoktatási rendszert használják, továbbá a tanszéki portálokon is vannak segédanyagok.
- A Tan Kapuja Buddhista Főiskola – nem találtam e-learning rendszert.
- Adventista Teológiai Főiskola – nem találtam e-learning rendszert.
- Apor Vilmos Katolikus Főiskola – Moodle rendszert használják kb. 30 kurzussal.
- Baptista Teológiai Akadémia – nem találtam e-learning rendszert.
- Bhakhidevanta Hittudományi Főiskola – nem találtam e-learning rendszert.
- Egri Hittudományi Főiskola – nem találtam e-learning rendszert.
- Esztergomi Hittudományi Főiskola – nem találtam e-learning rendszert.
- Gál Ferenc Hittudományi Főiskola (Szeged) – nem találtam e-learning rendszert.
- Golgota Teológiai Főiskola Főiskola – nem találtam e-learning rendszert.
- Győri Hittudományi Főiskola – nem találtam e-learning rendszert.
- Logos-Hungary Keresztény Főiskola – nem találtam e-learning rendszert – nem szerepel a főiskolák felsorolásánál a jelenlegi törvényben.
- Pápai Református Teológiai Akadémia – nem találtam e-learning rendszert.
- Pécsi Püspöki Hittudományi Főiskola – a Moodle rendszert használják.
- Pünkösdi Teológiai Főiskola – a Moodle rendszert használják.
- Sapientia Szerzetesi Hittudományi Főiskola – nem találtam e-learning rendszert.

- Sárospataki Református Teológiai Akadémia – nem találtam e-learning rendszert.
- Sola Scriptura Teológiai Főiskola – nem találtam e-learning rendszert.
- Szent Atanáz Görög Katolikus Hittudományi Főiskola – nem találtam e-learning rendszert.
- Szent Bernát Hittudományi Főiskola – nem találtam e-learning rendszert.
- Szent Pál Akadémia – egy jelszóval védett Edu tanulmányi rendszert üzemeltetnek.
- Veszprémi Érseki Hittudományi Főiskola – nem találtam e-learning rendszert.
- Wesley János Lelkészképző Főiskola – nem találtam e-learning rendszert.
- Általános Vállalkozási Főiskola – a főiskola e-learning portált üzemeltet – a honlapról nem derült ki, de valószínűleg Moodle rendszert használnak.
- Budapest Kortárstánc Főiskola – nem találtam e-learning rendszert.
- Budapesti Kommunikációs és Üzleti Főiskola – a Coospace e-learning rendszert használják a Felnőttképzési Akadémián.
- Edutus Főiskola (Modern Üzleti Tudományok Főiskolája és Harsányi János Főiskola) – nem találtam e-learning rendszert a honlapon.
- Gábor Dénes Főiskola – az Ilias távoktatási rendszert használják.
- IBS Nemzetközi Üzleti Főiskola – nem találtam a honlapon e-learning rendszert.
- Kodolányi János Főiskola – a távoktatási menüpont alatt található a Moodle rendszerhez található kurzusok.
- Mozgássérültek Pető András Nevelőképző és Nevelőintézete – nem találtam e-learning rendszert.
- Tomori Pál Főiskola – nem találtam e-learning rendszert.
- Wekerle Sándor Üzleti Főiskola – nem találtam e-learning rendszert.
- Zsigmond Király Főiskola – az Ilias távoktatási rendszert használják.

Tapasztalatok

A honlapokon található egyetemek főiskolák adatait összehasonlítottam a felsőoktatási törvényben szereplő listával. A megvizsgált 26 (19 állami, 5 egyházi, 2 magán) egyetem és 42 főiskola (9 állami, 22 egyházi, 11 magán) esetén megállapítottam, hogy a 2008-as felméréshez képest több helyen használnak e-learning rendszereket, s az intézmények nagy részében a Moodle rendszert részesítették előnyben.

Az eredmény:

- Nem használnak (legalábbis látható módon) e-learning rendszert 34 intézményben – ide tartoznak nagyrészt az egyházi és a művészeti intézmények.
- Coospace rendszert használ 5 intézmény.
- Az Ilias rendszert használja 3 intézmény.
- A Moodle rendszert használja 22 intézmény.
- Coedu, Edu, illetve a honlapról közvetlenül nem azonosítható rendszert használ 7 intézmény.

Megállapíthatjuk, hogy a legelterjedtebb a nyílt forráskódú Moodle rendszer. Kiemelkedő a kurzusok száma a Pannon Egyetemen, az Óbudai Egyetemen és a Széchenyi Egyetemen.

E-learning és a felnőttképzés kapcsolata

Az egyetemek és a főiskolák e-learning rendszereinek vizsgálatánál láttuk azt, hogy az e-learning rendszerek többször nem is az egyetem vagy főiskola honlapjáról érhetők el, hanem a felnőttképzési központok menüpontja, esetleg a távoktatás menüpontja alatt. Bár úgy látjuk, hogy az e-learning rendszereknek az oktatás minden szintjén fontos szerepük van, – ha nem is mind önálló képzési forma, hanem mint a blended learning képzés egyik összetevője, – legnagyobb a jelentőségük a felnőttképzés területén.

A felsőoktatásban részt vevő hallgatók életkorukat tekintve mind felnőttek, de felnőttképzésen elsősorban az esti, a levelező és a távoktatásos hallgatók oktatását értjük. Egyetemünkön egy 25 kérdésből álló kérdőívet tettünk közzé – a „felnőttek” véleményére voltunk kíváncsiak. Kérdőívünkre 58 válasz érkezett, 47 férfi és 11 nő válaszolt, a válaszolók átlagéletkora 32,8 év.

A válaszolók megoszlása:

Kandó Kálmán Kar	63,8%
Rejtő Sándor Kar	29,3%
Alba Regia Központ	5,2%
Keleti Károly Kar	1,7%

Mivel csak erről a 4 Karról kaptunk válaszokat, így estis hallgatók nem voltak a válaszolók között, 13,8% volt a nappali, 58,6% a levelező, 28,6% a távoktatásos hallgatók aránya. A válaszolók 98,3%-a érezte felnőtt tanulónak magát, s ugyanennyien válaszolták azt, hogy az intézmény is annak tekinti őket. A felnőtté válás szempontjából a legfontosabbnak az élettapasztalatot (58,6%) és a munkatapasztalatot (15,5%) tekintik a legfontosabbnak.

A levelező tagozatos hallgatók igényei a kurzusok és a vizsgák időpontjának, helyének megtervezésében különböznek lényegesen a nappali tagozatos hallgatóktól. Kérdéseket tettünk fel annak vizsgálatára, mennyiben veszik figyelembe oktatóink, hogy felnőtteket oktatnak. Az ötfokozatú skálán kapott 3,84-es osztályzat nem rossz, bár nem is a legjobb. Egy felsőoktatási intézmény oktatásának olyannak kellene lennie, hogy a munkaerőpiacra képezzünk embereket[1]. Diákjaink mégsem tudnak arról semmit, hogy egyetemünk karai milyen kapcsolatban vannak a potenciális munkaadókkal:



1. ábra: Munkaadókkal való kapcsolat

Arra a kérdésre, hogy „Tapasztalatai/véleménye szerint a munkaerő-piac elvárásai beépülnek-e a képzési programokba?” 1 és 5 között adhattak osztályzatot, az átlag 3,38 lett.

Több kérdés vonatkozott arra, hogy a hallgatók a korábban, munkatapasztalat révén megszerzett tudásukat mennyire tudják elismertetni, a munkában szerzett gyakorlati tapasztalatokat, elméleti ismereteket mennyire veszik figyelembe az oktatók. Általában csak kredittel alátámasztott, más felsőoktatási intézményben megszerzett érdemjegyet ismernek el egyetemünkön, de az 1-től 7-ig terjedő skálán 3,83-ra értékelték azt, hogy oktatóink mennyire ismerik el a korábban szerzett tapasztalatokat.

Érdemes megtekinteni, hogy a felnőtt hallgatók mit tartanak fontosnak egy oktatónál:



2. ábra: Oktatók felkészültsége

Magasan vezet a pedagógiai felkészültség igénye. A tanulást támogató környezettel – Számítógépterem, Tanulást támogató keretrendszer (Moodle, Ilias), Könyvtár, Wifi, Közösségi terek, Étterem – általában elégedettek hallgatóink. Akik válaszoltak, azok kurzusai nagyrészt megtalálhatók a Moodle rendszerben (3,95/7). A rendszert jónak tartják, nem okozott a használata nagy nehézséget. Igényelnék, hogy az összes tárgyhöz kapjanak hasonló segédanyagokat.

Következtetések

Mind az egyetemi-főiskolai honlapok vizsgálata, mind kérdőíves felmérésünk eredményei azt mutatják, hogy a felsőoktatásban nagy szükség van az e-learning rendszerek további elterjesztésére, még széleskörűbb alkalmazására.

Hivatkozott források:

Hegyesi F. (2009) - Felnőttoktatók a felsőoktatásban - TANULÁS, TANÍTÁS, MUNKAERŐPIAC - A Neveléstudományi Egyesület 2009. évi konferenciája és közgyűlése - ISBN 978-963-06-6485-1

A tananyagfejlesztés feltételrendszerének kialakítása - <http://ela.ttmk.nyme.hu>

Szerző

Ambrusné Dr. Somogyi Kornélia, PhD

docens

Óbudai Egyetem, Rejtő Sándor Könnyűipari és Környezetmérnöki Kar,
Médiatechnológiai és Könnyűipari Intézet
a_somogyi.kornelia@rkk.uni-obuda.hu

AZ E-TANÍTÁSI-TANULÁSI MODELLEK

BERECZ ANTÓNIA
SERES GYÖRGY

Összefoglalás

Meglehet, hogy nincsenek tiszta e-learning modellek, csak e-fejlesztései a tanulási modelleknek, amelyek a technológiára támaszkodva hozzáadott értékkel rendelkeznek. Az e-eszközökkel egyrészt hatékonyan támogatjuk a tanulást (például tananyagok eljuttatása, tanulási előrehaladás nyomon követése, teljesítményértékelés), valamint változatos lehetőséget biztosíthatunk a hallgatóknak, hogy tanuló társaikkal, tutoraikkal, szélesebb szakmai közösségekkel megbeszéljék a tanulás során gondolataikban bekövetkező változásokat.

Az elmúlt évtizedekben egyre több lehetőség adódott-adódik elektronikus eszközökkel, illetve interneten információhoz jutni, tanulni. A számítógépek bevonódtak a hallgatók mindennapi életébe, sőt az ember mobilszámítógépei segítségével egész nap online lehet. A hallgatók szívesen, sőt magától értetődően használják az új lehetőségeket, amelyekre az oktatásban is építhetünk, hogy a tanulást hatékonyabbá, bárhol elérhetővé és szívesebbé tegyünk.

Viszont ha a tanítás-tanulás támogatására IKT eszközöket akarunk használni, vagy ki kell választanunk egy meglévő keretrendszert, esetleg újat akarunk készíteni, akkor szükségünk van modellre. Dolgozatunkban ezért áttekintést adunk az elektronikus tanítási-tanulási folyamat modellekről.

Kulcsszavak: tanítási-tanulási rendszermodell, didaktikai paradigmák, e-learning megközelítések és elméletek, e-learning modellek, keretrendszerek

E-learning teaching models

Abstract

Maybe there aren't any pure e-learning models, only e-developments of learning models, which have enhancements supported by technology. On one hand we can support learning efficiently with e-tools (for example delivery of subject materials, monitoring of progress in learning process, assessment of outputs), on the other hand we can provide variety of opportunities for students to discuss the changes in thinking during studying with fellows, tutors, and with the professional community.

In the past decades we have had more and more opportunities to get information and study by electronic devices and the internet. Computers became involved into students' daily lives, even the people using mobile computers can be online all day. Students like to use, in fact they utilize new opportunities naturally, on which we can build on in education, to make learning more effective, accessible anywhere and amusing too.

However, if you want to use ICT tools to support teaching-learning, or you have to choose an existing framework (or you even want to develop a new one), you need to have a model. Therefore we give an overview about electronic and mobile teaching-learning process models in our studies.

Keywords: teaching-learning system model, didactic paradigms, e-learning approaches and theories, e-learning models, frameworks

Bevezetés

Az e-learning a tanulási környezetben integrálja a digitális technológia használatát. A tanulás és tanítás részben vagy teljesen az információs és kommunikációs technológián alapul. Az e-learning megvalósulhat tisztán is, de gyakrabban kombinálják a jelenléti és a távoktatást, valamint használt az egyedüli és a csoportos tanulás is. „Az e-learning modellek leírják, hol játszik specifikus szerepet a tanulás támogatásában a technológia. Ezek megadhatók a pedagógiai alapelvek szintjén és az alapelvek alkalmazásának részletes gyakorlat szintjén is.” (Mayes – de Freitas, 2004:5)

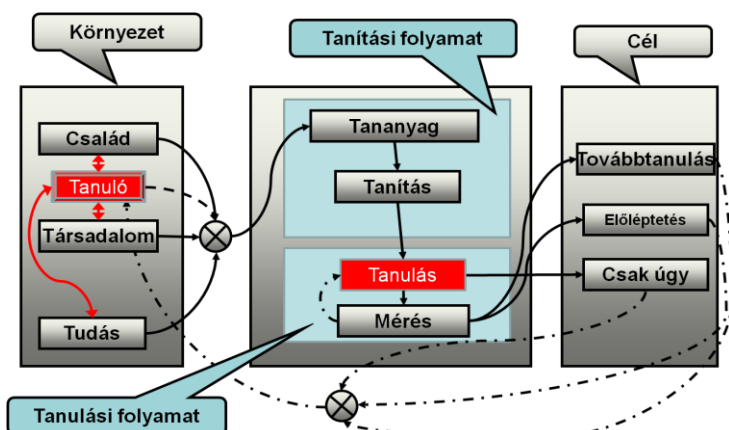
Szegediné (2011:17) szerint „az egyes oktatási modellek közös vonása a tanulás-tanítás céljának, a tanulás-tanítás környezetének közel azonos meghatározása”, „... eltérő vonása, sajátossága a tanulási-tanítási folyamat különbözőségében (oktatásmélelet, tartalom, módszer, tanulásszervezés) nyilvánul meg”.

A tanítási-tanulási folyamat rendszermodellje

Az élethosszig tanulás azt jelenti, hogy a születésünktől a halálunkig, az élet széles területein, sok-sok formális – szervezetszerű – és informális – önkéntes vagy spontán – tanítási-tanulási folyamat során olyan kompetenciákat érünk el, amelyek az adott életszakaszban szükségesek vagy feleslegesek, kötelezőek vagy érdekesek.

Az egyes tanítási-tanulási folyamatok megvalósulhatnak egymással párhuzamosan – például, egy évfolyam különböző tantárgyai esetében –, vagy egymást követően – amikor az egyes folyamatok során szerzett kompetenciák szükségesek a következő folyamat megkezdéséhez – például, a matematikában a szorzás/osztás elsajátítását meg kell előznie az összeadás/kivonás kompetenciája elérésének –.

A tanítási-tanulási folyamat kellően általánosítható vizsgálatához alkalmazhatóak a rendszerelmélet modellezési eljárásai. Ehhez magát a tanítási-tanulási folyamatot tekintjük rendszernek, amelynek két alrendszere a tanítás és a tanulás. A rendszerelmélet szabályai szerint definiálni kell a rendszer célját és környezetét, valamint a rendszer, a cél és a környezet elemei közötti kapcsolatokat. Egy ilyen rendszer funkcionális vázlatát láthatjuk az 1. ábrán.



1. ábra: A tanítási-tanulási folyamat, mint rendszer, funkcionális modellje

Forrás: Készült Seres et al., 2011:176, 4. ábra alapján

Az e-learningben használt elméletek és megközelítések

A tanulási-tanítási folyamatot a környezetből számos hatás éri. Az 1. ábrán látható szempontok mellett most azokból az elméletekből és megközelítésekben tekintünk át néhányat, amelyek az e-learning modellek, valamint az azok alapján készített-kialakított keretrendszerek mögött állnak.

Bélisle (2007:9) szerint a tanári gyakorlat általános mintáját alapvető eszmék halmaza magyarázza, amelyek három típusba sorolhatók, bár a tanároknak gyakran az az érzése, hogy a környezetüket (iskola, osztályterem, társadalom, politika és gazdaság) figyelembe véve intuitíven dolgoznak. Az elméletek fő típusai az alábbiak:

- Tudás természetére vonatkozóak: szakterületi és ismeretelméleti elméletek.
- Oktatási tevékenységek szervezéséről figyelembe vevők: didaktikai és pedagógiai elméletek.
- Emberi érdeklődés és motivációk természetét figyelembe vevők: pszichológiai és szociológiai elméletek. (Bélisle, 2007:9-10)

A didaktikai modell a pedagógiai fogalmak és azok interakciójának tartalmát határozza meg: tanulás, tanítás, célok, tartalom és tanulási módszerek stb. Hogy megfeleljenek a modern egyetemi oktatási követelményeknek, a didaktikai modelleknek a szükséges tudás és követelmények megszerzését, valamint a hallgatók professzionális kompetenciájának kialakítását kell nyújtani. A modellnek tanulási környezetet kell adnia, ahol a hallgatók egyénileg és csoportokban tanulnak, a tudást folyamatos megismerésen keresztül szerzik meg (megfigyelések, tapasztalatok, beszélgetések stb.), elért eredményeiket követik (önértékelés, ismeretek felmérése). Ez a fajta modell lehetőségeket nyújt a különböző szintek tanulójának, igény esetén biztosítja az egyéni megközelítést, és formálja a tanulói kapcsolatokat az egyetem és más külső tanulási feltételek között. (Bimane, 2011:51-52)

Több széles területet lefedő tanuláseméleti osztályozási rendszer készült már. Greg Kearsley Theory Into Practice adatbázisa 50-nél több elmélet leírását tartalmazza. Az általa használt három fő elméleti vonal az empirista (behaviorista), a racionális

(kognitívista és konstruktívista) és a pragmatista-szociohistorista (szitualista). Ezekkel Greeno, Collins és Resnick 1996-os megközelítéseire utal. Mayes és Freits (2004) hasonló három klasztert használ pedagógiai megközelítésekbe leképezéshez, hogy megvizsgálja, hogyan valósul meg az e-learning az egyes perspektívákból.

„A tanuláselméleteknek az alábbi kérdéssel kell foglalkozniuk: (Bélisle, 2007:7)

- Mi a tanuló szerepe és mik a tevékenységei a tanulási folyamatban?
- Milyen kapcsolódó tanítási hangsúlyokra és tevékenységekre van szüksége?
- Hogyan vannak leírva a tanulási eredmények?”

Bélisle (2007:8-9) négy fő értelmezését vizsgálja a tanuláshoz:

- Behaviorista elmélet: „Az oktatási folyamat lépésekre van bontva képzéssel és gyakorlattal, vizsgákkal az eredmények méréséhez, jutalmakkal és büntetésekkel. Az IKT elismert, mert a teljes folyamat nagyobb individualizációját teszi lehetővé.”
- Információ feldolgozása (processing of information) vagy a számítógépes tanulás elmélete (computational theory of learning): Gyakran a racionalista megközelítéshez vagy a kognitív megközelítéshez hasonlítanak gondolják. „A tanuló feldolgozza az információkat, kapcsolva új tudását a meglévő tudásához, sémáihoz és forgatókönyveihez. A tanulás a tanulási események szekvenciájának módszeres elemzésével szervezett, hogy a kódolási folyamat optimálisan legyen használva, figyelembe véve az emberi memória korlátjait és sajátosságait.”
- Konstruktívista elmélet: A tanulás során új kognitív sémákat integrálunk asszimiláción és akkomodáláson keresztül az új tudás létrehozásához, amelyek értelmes entitások. Hangsúlyos a hallgatók aktivitása, problémamegoldáson és tényekhez kapcsoláson keresztül állítják elő saját értelmezésüket. Az értékelés a tanulási folyamat része, miáltal a hallgatók szerepe megnő saját előrehaladásuk értékelésében.
- Szociokulturális elmélet: Az ide tartozó, humanisztikus elméletek értékezőek, a személyes fejlődésre koncentrálnak. A tanulóknak a tanulási folyamathoz hozzá kell férni, és irányítaniuk kell tudni. A tanulás csoportban valósul meg, a tanár inkább facilitátor.

A tanulási elméletek különbözőképpen fedik le a vizsgált területet, valamint a tanulók különböző pedagógiai kultúrával jönnek a tanulási környezetekbe, különböző elképzeléssel a tanulásról, tudásról, arról, hogy mi a jó eredmény stb. A tanulási környezet kialakításánál ennek is tudatában kell lenni, valamint a tanároknak képesnek kell lenni saját véleményükre és értékeikre is reflektálni.

Az e-learning modellek áttekintése

A modellek elméletorientáltak, újragondolják egy probléma megoldását. Általában hipotetikus felépítettek, gyakran analógián alapulnak. Jelenségek elemzéséhez, elmagyarázásához használjuk, valamint előrejelzéshez és folyamatok megtervezéséhez nyújtanak segítséget.

A tanítási modellekben a különböző tanítási technikákat jelenítjük meg formálisan. A tanítási modellek alapja a tanulóval alkotott elképzelésünk, a tanítási cél és az elsajátítandó tudás, illetve készségek. Az oktatástervezés tanítási modellben a tananyagra

és a tantervre fordítjuk le a tanítás általános alapelveit, valamint az elérendő célokat összekapcsoljuk a tanulási folyamatokkal és elérendő tanulási eredményekkel. A tanárok a modellek mögött húzódó különböző filozófiai, szociológiai és pszichológiai elméletekhez tartják magukat, valamint személyes és szociális hátterükre támaszkodnak, építenek egyéni tapasztalataikra, és a tanárképzés során is számos forrásból fejlődtek.

Bélisle a tanítási modelleket négy fő típusba csoportosítja. Mindegyik hivatkozik (közvetlenül vagy közvetetten) egy vagy több elméletre.

- Előadó- vagy átviteli modell: általános kommunikációs stratégiákat tartalmaz, tanmenete strukturált, változatos formái vannak (például ismertető előadás, interaktív előadás). Ez a modell a kognitív elmülethez vagy tanuláshoz kapcsolódik.
- Előíró jellegű vagy oktatási tervezés modell: oktatási módszereken, jó kurzustervezésen és meghatározott eredményeken alapul. A különböző tanulási tevékenységek szekvenciája strukturált, az értékelés megbízható és objektív.
- Tranzakcionális vagy diszkurzív modell: a tanár és tanulók folyamatos beszélgetésén alapul. Ez a modell a behaviorista elmületet alkalmazza a tanuláshoz.
- Transzformatív modell: a humanizmuson, társadalmi és klinikai pszichológián alapul. Eszközeivel biztosítja, hogy felkeltse és fejlessze a tanuló figyelmét a szociokulturális valóság iránt. A diákokat megtanítják, hogy cselekvésben és cselekvésre reflektáljanak. (Bélisle, 2007:10)

Mayes és Freits (2004:5-6) a pedagógiai (vagy tananyag) tervezéshez Bings 1999-es álláspontja szerint az alábbi ciklus lépéseit végzi el:

- Az elérendő tanulási eredmények meghatározása – amelyek feltételezések.
- A tanulási és tanítási tevékenységek kiválasztása – lehetőségek biztosítása a hallgatóknak a tudás elsajátítására.
- Az értékelés megtervezése – hogy hitelesen megmutathatók legyenek az elért eredmények.
- Az elért eredmények és a tervezési szakaszok összehangoltságának értékelése.
- Mayes és Freits az oktatási tervezés alapjául szolgáló pszichológiai elméleteket három széles perspektívába csoportosítja: asszociatív/empirista; kognitív/konstruktivista, azon belül egyéni és szociokognitív; valamint szituatív. Ezen elméletek feltételezései alapvetően különböznek abban, hogy mit tekintenek kritikusknak a megértő tanulásban, valamint más-más módon járultak hozzá a tanulási eredmények meghatározásához, a tanulási környezetek tervezéséhez, a tanítási modellekhez és a megfelelő értékelések levezetéséhez. (Mayes – de Freitas, 2004:7)

Szegediné (2011) önálló tanulásra alkalmas e-learning modelljéhez az SQ5R stratégiát rendeli, amelynek lépései a használandó tanulástechnikákkal: Read (olvasd) – tananyag; Reflect (gondold át) – előadás; Recite (idézd fel) – példatár; Review (ismételd át) – pódium, Rest (pihenj). A modellt az élménypedagógiával, mint módszeren alapuló oktatáselmélettel támasztja alá. A modell így rendszerként működhet, mivel rendelkezik a rendszerrel szemben támasztott öt alapfunkcióival: célkitűző, irányító, végrehajtó, ellenőrző-értékelő, ösztönző (Seebauer, 2010:41). A modellel több sikeres e-könyv készült már.

Következtetések

Dolgozatunkban a bevezetés után a tanítási-tanulási folyamat egy rendszermodelljét mutattuk be, amely segítségével a folyamatot kellően általános szinten vizsgálhatjuk.

Az e-learning modellek mögött is kimondva- kimondatlanul mindig több elmélet áll, amelyekre építve levezethetők a gyakorlatban megvalósítandó modellek céljai, irányítása, végrehajtási lépései, ellenőrzési-értékelési és ösztönző lehetőségei.

A dolgozatban vázolt néhány példából is láthatjuk, hogy a tanítási-tanulási folyamat vizsgálatára alkalmas modellek nagyon szerteágazóak. A megfelelő modell kiválasztását mindig a konkrét vizsgálat célja alapján kell elvégeznünk.

Hivatkozott források:

Bélisle C. (2007): *eLearning and Intercultural dimensions of learning theories and teaching models, Framework for eContent Evaluation project*, May 2007, pp. 1-16,

Bimane, I. (2011): *Didactic Model of the Studies of Geodesy*, In: Proceedings of the International Scientific Conference “Baltic Surveying’11”, Jelgava, ISSN 2243-5999, pp. 51-58

Churchman C. W. (1974): *Rendszerelmélet*, Statisztikai Kiadó Vállalat

<http://drseres.com/publik/pdf/doktori-91.pdf>

<http://llu.f.b.lv/conference/Baltic-surveying/BALTIC-SURVEYING-2011-51-58.pdf>,
letöltés: 2012.07.20.

http://portal.zmne.hu/download/bjkmk/kmdi/ert_tervezet/Szegedine_Lengyel_Piroska_PhD_ert_tervezet.pdf, letöltés: 2012.04.20.

<http://www.elearningeuropa.info/files/media/13022.pdf>, letöltés: 2012.07.20.

http://www.jisc.ac.uk/uploaded_documents/Stage%20%20Learning%20Models%20%28Version%20%29.pdf, letöltés: 2012.07.20.

Mayes T.–S. de Freitas, (2004): JISC e-Learning Models Desk Study. Stage 2: Review of e-learning theories, frameworks and models, pp. 1-43,

Seebauer I. (2010): Bolyai János világlátása, a magyar nyelv és gondolkodás kultúra fejlesztésének új lehetősége, Módszertan a köz- és az egyéni boldogság teremtéséhez, Transz-Formátor Ház Közhasznú Egyesület, Budapest

http://www.transzformatorhaz.hu/pdf/Seebauer_Imre_Bolyai_Janos_vilaglatasa.pdf, letöltés dátuma: 2012.04.20.

Seres Gy. (1991): *A fegyveres küzdelem, mint rendszer*, MTA doktori értekezés, NKE, Egyetemi Könyvtár,

Seres Gy.–Miskolczi I.–Seebauer I.–Lengyel P.–Kis M. (2011): *Learning process as a system*, Use of E-learning in the Developing of the Key Competensies, Monograph, ISBN:978-83-60071-39-7, pp. 169-179

Szegediné L. P. (2011): *Az e-könyvekből való e-tanulás első tapasztalatai a felsőoktatásban*, NKE KMDI,

Szerzők

Berecz Antónia

adjunktus

Gábor Dénes Főiskola

[berez@gdf.hu](mailto:berecz@gdf.hu)

Dr. Seres György, az MTA doktora

ny. egyetemi docens

drseres@drseres.com

AZ ÚJ MÉDIA A FELSŐOKTATÁSBAN – AZ ÚJ MÉDIA ALKALMAZÁSÁNAK SAJÁTÓSÁGAI A PEDAGÓGUSKÉPZÉSBEN

BORBÁS LÁSZLÓ

Összefoglalás

A digitális boom után az információs adatfolyam, az internet virtuális terében folyamatosan bővül, nem csak sávszélességében, hanem tartalmában, szolgáltatásaiban is. A videómegosztók, közösségi oldalak, blogok és a technikai, technológiai fejlesztések együtt megváltoztatták a televízió nézési szokásainkat és az információ megszerzésének lehetőségeit is. Az új média felhasználása nagyban függ a technikai, a technológiai és a felhasználói lehetőségektől, elvárásoktól – például internet alapú televízió, interaktív televízió, mobil televízió, okos telefon, fájlmesztők, 3D televízió, hologramos televízió, tabletek, internet alapú szoftverek stb. Annak érdekében, hogy a hallgatóknak naprakész, minőségi tudást tudjunk átadni, követnünk és alkalmaznunk kell (az új média által) ezeket a változásokat a felsőoktatásban.

Kulcsszavak: új média, felsőoktatás, pedagógusképzés

New Media in Higher Education and its Application in Pedagogy Training

Abstract

After the digital boom the information data flow in the virtual world of internet is continuously emerging not only in bandwidth but in content and service as well. The increasing popularity of video sharing websites, community pages, blogs along with technical and technological innovations (internet based television, interactive television, tablets, 3D televisions, etc.) has changed our TV viewing habits and information-gaining possibilities too.

In order to provide students with up-to-date, quality knowledge we have to follow and apply these changes in education.

The importance of new media is increasing in higher education as well. Among the offered advantages are environment- and platform dependent teaching-learning, which should be mentioned in the first place. The system is required to be integrable, contain modules and it has to be internet based and interactive.

New media based curriculum provides help for students in a more detailed understanding of a given topic, which improves decision making and problem solving skills.

The aim of the research is to examine:

- *distinctiveness of the application of new media in pedagogy training*
- *the possibilities of the application of new media in pedagogy training related to teaching-learning course*
- *students attitude towards the subject*

In my research I will apply quantitative methods:

- *questionnaires in higher educational institutions*
- *class interaction analysis with Noldus Observer XT*
- *student and lecturer interviews*

Keywords: *new media, higher education, pedagogy training*

Bevezetés

Az új média ma már nem csak egy eszköz, hanem ennél sokkal többet jelent a mindennapi életünkben és a felsőoktatásban is egyre jobban teret hódít.

Az új média az információ átadás technológiáját veszi alapul és a technológián már túlmutat, ma már koncepcióban kell gondolkodnunk.

Az új média előnye a környezetfüggetlen, platform független tanítás – tanulás. Elvárás vele szemben, hogy modulokból épüljön fel és integrálható legyen a rendszer a felsőoktatásba.

Az új médiának, internet alapúnak és interaktívnek kell lennie.

Az új médiával támogatott tananyag feldolgozása segít a hallgatóknak mélyebbre látni az adott kérdésben, amely fejleszti a döntési képességeit, és közelebb viszi az adott szituációkban az eredményes, problémamegoldó gondolkodáshoz.

Az oktatók számára fontos a biztonságos és a rendezett tér, amelyben az irányítás a harmonikus tanulási környezet fenntartását teszi lehetővé.

Ezért erős szakmai támogatás, fejlesztés szükséges ahhoz, hogy túllépjünk azokon a tantervi konstrukcióinkon és pedagógiai hagyományainkon, amelyek leszűkítik arra vonatkozó elképzelésünket, hogy milyen legyen a digitális környezetben folyó tanulás.

A paradigmaváltás megtörtént, viszont messze vagyunk még attól, hogy megértsük, miként kerülnek át ezek a változások a pedagógiába.

Nemcsak a sokféle technológia közvetített hatását kell megismernünk, hanem meg kell értenünk, miként befolyásolják ezek hallgatóink motiváltságát és tanulását, s olyan tanulási környezeteket alakítsunk ki, amelyek egyaránt megfelelnek a hagyományos és az új média közegében.

A jövőben több és differenciáltan alkalmazható médiarendszereket kell használnunk az oktatás minden területén.

Felsőoktatási tapasztalataim szerint a tananyag bizonyos részeit a hallgatók az új média segítségével jobban el tudják sajátítani.

Eredményesen alkalmazható ez a lehetőség az analógiára épülő bizonyítások, indoklások, bizonyos lexikai ismeretek fejlesztésére.

Az új médiával támogatott tananyag feldolgozása segít a hallgatóknak mélyebbre látni az adott kérdésben, amely fejleszti a döntési képességét, és közelebb viszi az adott szituációkban az eredményes, problémamegoldó gondolkodáshoz.

A kutatás célja

Kutatás célja, hogy megvizsgáljuk

- az új média alkalmazásának sajátosságait a pedagógusképzésben.
- az új média alkalmazásának lehetőségeit a pedagógusképzésben a tanítás-tanulás mestersége tantárgy esetében.
- a hallgatók viszonyát a tantárgyhoz.

Hipotézis

Feltételezzük, hogy

- az új média adta lehetőségeket nem használják ki az oktatók a pedagógusképzésben.
- jellegzetes különbségek mutathatók ki az új médiát alkalmazó és nem alkalmazó oktatók tanulásiirányítói szerepében.
- az új média a pedagógusképzésben sokféle pedagógiai feladathoz, hatékonyan használható.
- az új médiával segített tanulási folyamatban részt vevő hallgatók viszonya a tanuláshoz pozitívabb, mint az új médiával nem találkozó hallgatóké.

A kutatás kérdései

Eredményesebb lesz-e az új médiával, eszközökkel segített tanulás-tanítás, mint ahol nem alkalmaznak új médiát?

Eredményesebb-e a hallgató a feladatmegoldásban, az információszerzésben, mint ahol nem alkalmaznak új médiát?

Mennyire hasznos az új média használata?

Milyen mértékben használták az új médiát?

A kísérleti csoportnál mi indokolta az új média alkalmazását, célját?

A kutatás módszerei

A kutatásom során kvantitatív módszerek alkalmazására kerül sor.

Elméleti összehasonlító

Empirikus: Kérdőíves kikérdezés felsőoktatási intézményekben.

- Az oktatók és hallgatók részletes kikérdezése.
- Tanórai videofelvételek interakció elemzése Noldus Observer XT programmal.

a. Oktatói kérdőív

- Reprezentatív minta, akik pedagógiai tárgyakat tanítanak a pedagógusképzésben.
- Online kérdőív a médiaműveltség szintjének mérésére.

b. Hallgatói kérdőív

A hallgatók esetében egy előzetes tudás vizsgálat:

- az új médiával kapcsolatban
- a kurzus tartalmához kapcsolódóan
- a médiaműveltség vizsgálata kérdőív segítségével

Főbb kérdéskörei:

Milyen tanulási stratégiákat alkalmaztak eddig?

Milyen a tanulási stílusuk?

A kérdéssor összeállítása után, kis mintán szeretném először kipróbálni, mielőtt élesben kitölttetem. Remélhetőleg ennek során, felszínre kerülnek a hibák, kiderül, hogy melyik kérdést kell másképpen feltennem, és milyen válaszlehetőségekkel érdemes dolgoznom.

On-line kérdőívet készítek az interneten, és annak a linkjét körbeküldöm az előre egyeztetett, az intézményektől kapott e-mail címekre.

Az on-line kérdőívnek nagy előnye, hogy azonnal látom százalékos arányban az eredményeket és ezen kívül nem kell külön beírnom az adatokat, mert azt a rendszer automatikusan elkészíti.

A feldolgozás során az eredményeket letölthetem Excelben vagy SPSS dokumentumban is, és az adatok tükrében további mélyebb összefüggéseket kereshetek.

A kérdőív összesen maximum 20-25 kérdésből áll majd és elsősorban zárt kérdésekkel fogok dolgozni, amikor is előre megadott válaszlehetőségek közül választhatnak majd a kitöltők.

c. Elemezzük az oktatók és hallgatók közötti interakciókat az új média alkalmazása során.

- Előzetesen kiválasztjuk azokat az új média elemeket, amelyeket a kutatás során alkalmazunk.
- Az új média elemzése, az előzetesen felállított elemzési szempontok alapján.

Tananyag határozott kidolgozása, amelyben az új média jellemzőit jól kamatoztathatják, ezeket össze lehet hasonlítani, ezeket az órákat lehet rögzíteni, majd megfigyelni és elemezni az interakciókat.

A megfigyelés objektivitását, megbízhatóságát segíthetjük a rögzítésre szolgáló technikai eszközök alkalmazásával, ez esetben többkamerás HD videofelvételekkel.

Előnyök:

- alapos, részletes, hosszas elemzést tesznek lehetővé,
- a rögzítette anyag többször reprodukálható,
- az elemzés későbbre halasztható,
- az adatok raktározhatóak, a későbbi mérés eredményével összevethetők,

Hátrányok:

- a megszervezés bonyolult
- lebonyolítása költség
- a technikai eszközök és személyek (operatőr) jelenléte zavaró lehet – többszöri próba feltételekkel csökkenthetjük
- a rögzített anyagok az objektivitás és a teljesség látszatát keltik – ez is csak viszonylagos

Interakciók elemzése videofelvételek segítségével (Noldus Observer XT) segíti az egzakt tudományos megfigyelést, az interakció elemzést.

Ez a fajta kutatási módszer jellemzően videó alapú és végrehajtásuk valós élethelyzetekben alkalmazható.

Lehetőséget ad:

Oktató - hallgató interakció vizsgálatára

Osztálytermi interakció elemzésére

Egy kísérleti és egy kontroll csoportban a vizsgált félév során az összes órát (30) rögzítjük.

A felvételeket a Noldus Observer XT program segítségével elemezzük, főbb szempontok:

- oktatói szerep megnyilvánulásai
- hallgatói szerep
- oktató – hallgató közötti interakciók (száma, megjelenési formái, stb.)
- a hagyományos keretek között zajló órán tapasztalt eszközhasználat, interakció, kommunikáció összehasonlítása az új médiumokat alkalmazó tanórák ugyanezen elemeivel

A Noldus Observer XT rendszer alkalmazásának menete:

- Az órák felvétele

- A videofelvételek kódolása
- Az órák elemzése
- Az adatok feldolgozása, összegzése

Két csoportra osztjuk a hallgatókat, az egyik csoport használ, a másik nem használ új médiát.

Az órákat előzetesen kidolgozott, megtervezett tananyag elkészítése az új médiával.

Interaktív tábla: megtervezni egy tananyagot, és hogy hogyan lehet ezt az új média segítségével tanítani.

Moodle: az e-learning felületet strukturálisan megtervezni, feltölteni az adatokat és az oktatói segédanyagokat.

A kutatás az Eötvös Lóránd Tudományegyetemen és az egrri Eszterházy Károly Főiskolán történik.

A kutatási populáció és minta

a – Oktatók

Az országos felmérés során, elsősorban azokat az oktatókat vizsgáljuk, akik a tanárképzésben rendszeresen tanítanak pedagógiai jellegű tantárgyakat.

b. – Hallgatók

A kontroll csoport és a kísérleti csoport kiválasztása: elsősorban az Y generáció tagjait vizsgáljuk (20-20 fő), ezen belül is a jelenleg a 18-28 éves kor közöttieket, akik a tanári MA (nappali és levelezős) képzésben vesznek részt. A csoportok, az Eötvös Lóránd Tudományegyetemen és az egrri Eszterházy Károly Főiskolán kerülnek kiválasztásra.

Várható eredmények, hasznosítás

1. A kutatás eredményeként pontosabban megismerjük, az új média alkalmazásának lehetőségeit a pedagógusképzésben.
2. A kérdőívek alapján kapott eredmények: mennyire használják, a már feltárt lehetőségeket, hogy ezekből mit használnak az oktatók és a hallgatók a pedagógusképzés során.
3. Az összehasonlított két csoport eredményei igazolhatják, hogy a hallgatók tantárgyukhoz fűződő viszonyában, pedagógiai nézetükben kimutatható a változás, ha új médiával tanítjuk őket.
4. A hasznosítás lehetőségei:
 - Az új média alkalmazásának módszertani sajátosságai alapján ki lehet dolgozni a tanárképzéshez szükséges új IKT képzési modulokat.
 - A kutatás eredményei alapján pontosabban meg lehet majd határozni, hogy milyen tananyagtípusokhoz, milyen hallgatói csoportokhoz az új média közül melyiket lehet eredményesebben alkalmazni.

Összegzés

A kutatási módszerem jellemzően videó alapú és végrehajtásuk valós élethelyzetekben alkalmazzuk.

Szükségünk van 3db HD minőségű kamerára, mikrofonokra, digitalizáló rendszerre és egy számítógépre, amely tartalmazza a Noldus Observer XT programot.

A rendszer lehetővé teszi, hogy a vizsgálandó szituációkat különböző nézetekből készíthetünk videó felvételeket, amelyeket tudjuk kódolni, és elemezni az adatokat.

Előnye, a folyamatos és azonnali mintavétel, ami nagyon hasznos, egy osztályteremi vizsgálatnál.

Az oktató viselkedését folyamatosan követni lehet, és egyszerre lehet látni minden hallgató reakcióját, tevékenységüket.

A kutatás nagy része Budapesten és Egerben fog zajlani, ennek előkészítéséhez többszöri egyeztetésre van szükség.

Úgy érzem, hogy kutatásom sokrétű méréseket tartalmaz és az adatok feldolgozásához több elemzési technikát, szoftvereket kell használnom.

A kutatás elején tartva, kutatási tervem további folyamatos „tisztítást” igényel, hogy a különböző adatokat, elemzési eredményeket, minél átgondoltabbá tegyem, a sikeres kutatás érdekében.

Szerző:

Borbás László

Eszterházy Károly Főiskola, Médiainformatika Intézet, Mozgóképkultúra Tanszék
Eszterházy Károly College, Institute of Media Informatics, Department of Film Studies

MATEMATIKA TANÍTÁSA ELŐKÉSZÍTŐ OSZTÁLYBAN

BARANYAI TÜNDE-KLÁRA

Összefoglalás

Romániában a 2012-2013 tanévtől kezdődően bevezetik az előkészítő osztályokat, melyek célja felkészíteni a 6 éves gyerekeket az iskola első osztályára. Kutatásomban az előkészítő év tantervét vizsgálom meg a matematika tanítása szempontjából, valamint összehasonlítom az óvodai és I. osztály számára készített tantervvel. Javaslatokat fogalmazok meg a matematika tanításával kapcsolatban.

Kulcsszavak: matematika oktatása, elemi oktatás, előkészítő osztály

Teaching mathematics in preparatory class

Abstract

The present paper analyses the results of comparative research done with the program of mathematics in preparatory and first grade classes. We will present conclusions and proposals about of mathematics educations.

Keywords: mathematics education, primary school education, preparatory class

Bevezetés

Az előkészítő osztály tanterve

Romániában a 2012-2013-as tanévtől kezdődően a hat éves gyerekek oktatása az iskolában folytatódik. Nagy vitát indított a pedagógusok és a szülők körében az új rendelet, ugyanis eddig a gyerekek nagy többsége 7 éves korban kezdte az iskolát.

Kutatásom célja feltárni a pedagógusok (tanítók és óvodapedagógusok) véleményét az előkészítő osztályról, valamint az előkészítő osztály matematika tantervéről.

Az előkészítő osztályba érkező gyerekek számára készített tanterv az óvodában tanultakra épít. Vannak ismétlődő fogalmak, de így lehetővé válik a lemaradások pótlása. Úgy gondolom a matematika program javaslat bár tartalmaz nem a korosztály számára ajánlott témákat (például a számegyenes) és a témakörökben meghatározott sorrend sem mindenütt megfelelő, helyenként hiányosságokat is tartalmaz, a 6-7 éves gyerekek számára elfogadható. (Olosz és Olosz, 1999) Úgy érzem a témák feldolgozásában a tanítónak nagy felelőssége lesz, mivel ő fogja megválasztani azokat a módszereket és eszközöket, melyek segítségével ezeket a matematikai fogalmak megtaníthatja, elmélyítheti. A program csak keretet ad, hogy hová kell eljussanak a gyerekek az év végéig, a megvalósítás pedig a pedagógusra van bízva. (www.edu.ro)

A megadott témák mindegyike olyan, mely lehetőséget ad a konkrét tárgyakkal való maipulálásra. A tapasztalati tanulás azért is javasolt ebben az életkorban, mert a 7 éven aluli gyermek a műveletek előtti szakaszban van, mely szakasznak jellemzője a

kísérletezés, konkrét tárgyakkal végzett cselekedtetés, szemléletes gondolkodás. (Ambrus, 2004; Skemp, 2005)

A kutatás bemutatása

Pedagógiai kutatásom célja megismerni a gyakorló pedagógusok véleményét az előkészítő osztályról, konkrétan a matematika tanításáról. A felmérést 2012 júniusában végeztem, az előkészítő osztály számára megadott program megjelenése után.

A minta bemutatása

A minta szatmár megyei pedagógusokból áll, összesen 80 főt kérdeztem ki egy általam összeállított kérdőív segítségével. A kérdőív 18 kérdést tartalmazott, minden kérdés zárt volt, konkrét válaszok közül lehetett választani.

A megkérdezett pedagógusok többsége nő (93,8%-uk) és csupán 5 férfi. A pedagógusok átlagéletkora 33,63 év, a legfiatalabb pedagógus 22, a legidősebb 55 éves volt.

A pedagógusok végzettségét tekintve kijelenthetjük, hogy többségük egyetemi oklevéllel rendelkezik (70%-uk), főiskolai oklevéllel a pedagógusok 13,8%-a, középiskolai tanítóképzőt 13,8% végeztek és csupán 2-en nem rendelkeznek szakképesítéssel a megkérdezettek közül. Kettős képesítéssel (tanítói és óvodapedagógusi) a megkérdezettek 91,3%-a rendelkezik, ez azért fontos, mert feltételezésünk az, hogy az előkészítő osztályban javasolt a kettős képesítés.

A megkérdezett pedagógusok többsége tanító (51,3%-uk), óvónő a megkérdezettek 43,8%-a, illetve a hiányzó adatok aránya 5%.

A kutatás hipotézisei

1. A megkérdezett pedagógusok többsége szerint a 6 éves gyerekek oktatásának helyszíne az óvoda kellene legyen
2. A megkérdezett pedagógusok többsége nem ismeri az előkészítő osztály tantervét
3. A pedagógusok szerint a program nem alkalmazkodik a gyerekek életkori sajátosságaihoz

A kutatás eredményeinek bemutatása

A megkérdezett pedagógusok 40%-a mindkét szinten tanított már, vagyis mint óvónő és mint tanító is dolgozott, 55%-uk viszont csak az egyik szinten dolgozott még, 5% a hiányzó adatok aránya. A megkérdezettek 60%-a nem szeretne előkészítő osztályban tanítani, valószínűleg a bizonytalanság miatt.

Az első hipotézisre vonatkozóan, a pedagógusok többsége (71,3%-uk) úgy véli, hogy a 6 éves gyerekek oktatása az óvodában kellene történjen, az alábbi, 1. számú táblázat a pedagógusok válaszait mutatja.

1. táblázat: A 6 éves gyerekek oktatásának helyszíne

	Gyakoriság	Százalék
iskola	12	15,0
óvoda	57	71,3
mindegy	11	13,8
Összesen	80	100,0

A fenti táblázat alapján az első hipotézisünk beigazolódott.

A második hipotézis szerint a pedagógusok nem ismerik az előkészítő osztály tantervét. A 2. számú táblázat az „Ismeri-e az előkészítő osztály tantervét? Kérdésre kapott válaszokat tartalmazza.

2.táblázat:Ismeri-e az előkészítő osztály tantervét?

	Gyakoriság	Százalék
igen	14	17,5
nem	64	80,0
Összesen	78	97,5
Hiányzó adat	2	2,5
Összesen	80	100,0

A fenti táblázat alapján kijelenthetjük, hogy a pedagógusok nem ismerik az előkészítő osztály matematika tantervét, (a megkérdezett pedagógusok 80%-a), vagyis a második hipotézis is beigazolódott.

A harmadik táblázat a kérdőívben megadott néhány kijelentésre adott véleményszavazatot mutatja be. A pedagógusoknak 1-5 ig kellett pontozniuk, hogy milyen mértékben értenek egyet a megfogalmazott kijelentésekkel.

3.táblázat: Véleményszavazatok értékelése

	N	Minimum	Maximum	Átlag	Szórás
Felkészült-e?	80	1	5	2,54	1,136
Kettős képesítés	80	1	5	4,42	1,077
Óvodaihoz közelítsen	79	1	5	4,15	1,110
Életkori sajátosságok	73	1	5	3,25	,940

A harmadik táblázat alapján kijelenthetjük, hogy a megkérdezett pedagógusok többsége egyetért az utolsó kijelentéssel (a válaszok átlaga magas 3,25, a szórás sem magas), mely így hangzott: Az előkészítő osztály számára kidolgozott matematika program

alkalmazkodik a gyerekek életkori sajátosságaihoz. A kapott eredmény alapján a harmadik hipotézisünk megdőlt.

A másik három kijelentés, arra világít rá, hogy a megkérdezett pedagógusok közepes mértékben értnek egyet avval a kijelentéssel, miszerint felkészültek az előkészítő osztályban való matematika tanítására, a többség szerint kettős képesítésre van szükség az előkészítő osztályban való oktatáshoz, valamint egyetértenek a harmadik kijelentéssel, mely szerint a tanterv az óvodai matematika tervéhez kell közelítsen, (az átlag 4,15), ami megerősíti az első hipotézisünket.

Következtetések és javaslatok

Összehasonlítva az óvodai és az előkészítő osztály számára kidolgozott tantervet, valamint a kérdőíves kikérdezés eredményei alapján kijelenthetjük, hogy a 6 éves gyermekek oktatásának helyszíne a megkérdezett pedagógusok szerint az óvoda lenne. A pedagógusok közül nagyon kevesen ismerik az előkészítő osztály tantervét, ez valószínűleg annak tulajdonítható, hogy a tanterv csak ez év májusában jelent meg. Harmadik hipotézisünk, miszerint a tanterv nem igazolódik a gyerekek életkori sajátosságaihoz, megdőlt, viszont mivel kevesen ismerik a tantervet, nem tekinthető ez az eredmény mérvadónak.

A kutatás eredményeire alapozva javasoljuk, hogy amennyiben az előkészítő osztályok az iskolában maradnak, vezessenek be a tanító és óvóképzőkön egy választhaó tárgyat mely az előkészítő osztályokban való otatást mutatja be. A gyakorló pedagógusok számára továbbképzéseket kellene tartani az előkészítő osztályról, valamint a kötelező pedagógiai körök alkalmával is fel lehetne dolgozni ezt a témakört.

Hivatkozott források:

- Ambrus A. (2004): Matematika didaktika, egyetemi jegyzet, Budapest, 2004
Olosz E. - Olosz F. (1999): Matematika és módszertan, Erdélyi Tankönyvtanács, Kolozsvár, 1999
Skemp, R. R. (2005): A matematikatanulás pszichológiája, Edge 2000 Kiadó, Budapest, 2005 www.edu.ro, 2012 május 20

Szerző:

Baranyai Tünde-Klára, dr

egyetemi adjunktus

Babes-Bolyai Tudományegyetem, Pszichológia és Neveléstudományok Kar, Pedagógia és Alkalmazott Didaktika Intézete, Szatmárnémeti Kihelyezett Tagozat, Románia

baratun@yahoo.com

FELZÁRKÓZTATÓ KURZUS A GAZDASÁGI MATEMATIKA OKTATÁSBAN

KOLLÁR JUDIT

Levelling courses in the education of Economic Mathematics**Abstract**

We are seeing more and more depressing results concerning the abilities of students joining higher education in recent years. Their knowledge of mathematics is worse than it used to be, and it is not sufficient to support a successful professional training. The results of mathematics tests carried out among college freshman students reflect a decisive contribution of the knowledge acquired in high school to be successful in higher education. We are posing questions and forming the hypotheses for our proposed research in this talk.

It is important to complement the traditional mathematical knowledge at the institutional level. In order to improve efficiency a differentiated treatment is required. Different courses with appropriate topics and syllabuses look promising. In my presentation I concentrate on the question marks and assumptions arising from my research in the above mentioned topic.

Keywords: *leveling courses, didactics of mathematics, teaching mathematics, higher education, preliminary knowledge, admission system, requirement system, problem exploration*

Kitekintés

Az utóbbi évtizedben az oktatás világméretű változásainak lehetünk szemtanúi.

Az Európai Unió és az OECD egyaránt törekszik egy egységes oktatási, képzési rendszer létrehozására, közös fejlesztési területek meghatározására. Számos országban elindult az oktatási rendszer szerkezetének átalakítása, tartalmi megújítása és ezzel többnyire összefüggésben az oktatási törvény felülvizsgálata és módosítása.

Az európai reform egy fontos stratégiai célja, Európa gazdasági versenyképességének megőrzése és növelése magasan képzett munkaerőpiac mellett.

Szinte valamennyi tagországban prioritást élvez az élethosszig tartó tanulás, az információs és kommunikációs technológia fejlesztése és iskolai alkalmazása, a leszakadás megakadályozása, a munka világa és az oktatás egymáshoz közelítése, a kisgyermekkorai oktatás-nevelés átalakítása.

A tudásalapú társadalom felé vezető úton elterjedt a középfokú iskolázás és annak általánossá válása, valamint a továbbtanulás lehetőségeinek széles kínálata.

A mennyiségi növekedés, amely mind a hallgatói létszámot, mind az intézmények számát érintette, felerősítette a minőségi problémákat is. Mert, mint minden eltömegesedett oktatás, az színvonalcsökkenéssel jár mind a közép-, mint a felsőfokú képzésben. A tömegessé váló oktatásban heterogénebbé válik a hallgatók köre, nő a lemorzsolódás, meghosszabbodik a tanulási időszak.

Ez a jelenség Magyarországon is megjelent, itt is jelentősen megnőtt a felsőoktatásban való továbbtanulás esélye, míg 1990-ban a jelentkezők alig 36%-a nyert felvételt, addig 2010-re a pályázók számának folyamatos emelkedése mellett, ez a mutató az alapképzésben elérte a 66, a mesterképzésben 62, összességében pedig a 65%-ot.

Az összes magyarországi felsőoktatási intézmény szembesült azzal a ténnyel, hogy a hallgatóközösségük a korábbinál heterogénebbé vált. Egyes kutatások eredményei –

BME vizsgálatok - azt mutatják, hogy a kétszintű érettségi rendszerben a felvételi pontok nem adnak elegendő információt a tanulók tudásáról. Ezért az oktatás színvonalának megtartása érdekében a belépő diákok felzárkóztatása mindenütt jelentős erőfeszítéssel zajlik.

Vannak egyetemek, ahol a felzárkóztató kurzus kritérium tárgyként szerepel, és a továbbhaladáshoz feltétlen szükség e tárgy abszolválása.

ELTE TTK:

Az év eleji felmérés után a középiskolai anyag felfrissítésére és a hiányok pótlására a „Matematika felzárkóztató” kritérium tárgy felvételét javasolják. A heti két óra gyakorlat mellett, hét ország részvételével létrejött MATH-BRIDGE interaktív oktatóprogramot használják. A kilenc nyelven futó online tanulás a tehetséges, illetve leszakadó tanulók célirányos fejlesztésére szolgál.

BME:

A regisztrációs héten intenzív, önköltséges szintre hozó tanfolyam után felmérő dolgozatot „0.zárthelyit” írnak az elsős hallgatók. Sikertelen eredmény esetén választható felzárkóztató tárgyat ajánl a Matematika Intézet „Bevezető matematika” címmel, heti 3 óraszámmal. Gyakorlásképpen használják a BME e Learning Rendszert.

SZTE:

A tudásfelmérő dolgozat értékelése alapján nullakredites kritérium tárgy a Felzárkóztató, amit heti rendszerességgel a középiskolai hiányok pótlására tartanak.

DE – PTE – KE:

A felsőoktatásba bekerülő hallgatók minőségi oktatási és tanulási készségek fejlesztése céljából egy több millió forintos projekt kialakításán dolgoznak a szakemberek. Az angol és magyar nyelvű e-learning alapú oktatási tananyag a műszaki és gazdasági szakok alapozó matematikai ismeretének felfrissítésére szolgál.

Pázmány Péter Egyetem:

Azoknak a hallgatóknak, akiknek a matematika szintfelmérő tesztje nem éri el az egyetem által kívánt minimum szintet, kötelező matematika felzárkóztatón részt venni heti két órában. A félévi matematika gyakorlati jegybe beleszámít a kurzus során írt felmérő dolgozat eredménye.

Vannak felsőoktatási intézmények, mint a Miskolci Egyetem, a Szent István Egyetem stb. ahol a középiskolai hátrányok felszámolására matematikai felzárkóztató képzést ajánlanak a gyengébb felvételi pontszámmal belépő hallgatóknak, azonban a tárgy nem kritériumtárgyként szerepel, a diákok felelőssége felismerni a hiányosságait és azokat pótolni.

Nemzetközi viszonylatban is hasonló kezdeményezések történeke az oktatásban felmerülő problémák és panaszok enyhítésére. Az év eleji felmérések eredményei alapján az egyetemek és főiskolák csoportokra osztják a diákokat aszerint, hogy kinek milyen extra segítségre van szüksége. Különböző szintű csoportokat hoznak létre, nagy figyelmet fordítva a tehetséges diákok gondozására.

A fejlett gazdasággal rendelkező országokban igaz, hogy mindez már korábban lezajlott, de továbbra is nagy hangsúlyt fektetnek a felzárkóztatásra, hiszen az Európai Bizottság (IP/11/488/Brüsszel, 2011. április 19.) az oktatás és képzés terén elért haladásról szóló jelentése alapján a 2020 stratégia célkitűzése, az oktatásból és képzésből lemorzsolók arányának csökkentése (10% alá), a felsőfokú végzettséggel rendelkezők számának növelése (legalább 40%-ra), valamint az egész életen át tartó tanulási programokban való részvételre való ösztönzés.

A bejövő hallgatók felmérése a BGF-PSZK-n

Mivel az a tapasztalat, hogy a kétszintű érettségi nem méri jól a tudást, a tanév elején, az elvárt tudás pontosítása után, a hallgatók a középszintű érettségi követelményrendszernek megfelelő, egységes elvek alapján szervezett szintfelmérőt írtak.

A dolgozat a bejövő hallgatók tudásszintjének felmérésére, valamint egy célirányos felzárkóztatási stratégia kialakításához készült.

A dolgozat témája kifejezetten a középiskolai matematika törzsanyag, a klasszikus matematikai készséget, valamint a felsőoktatás számára fontos, a sikeres előrehaladáshoz szükséges tudásanyag meglétét vizsgálja. A feladatok jellege tisztán matematikai, nem kapcsolódnak az életben felmerülő matematikai problémákhoz, megoldásuk rutinszerűen kellene, működjenek.

A 2011-2012 tanévben a diákok 15 %-a írt 50% feletti dolgozatot. Ezt a nagyon gyenge eredményt elsősorban a függvénytáblázat használatának tiltása magyarázza, továbbá kevesebb részpontot kaphattak az adott feladatokra, mint amennyit a középiskolában, vagy az érettségien szereztek volna.

Általános és nagyon gyakori hibák:

- helytelen algebrai lépések, átalakítások: tagonkénti négyzetre emelés, gyökvonás, hibás szorzattá alakítás, egyszerűsítés,

$$\text{pl.: } (3a^{-2})^2 = 3a^{-4}, \left(\frac{4b}{2b+5} - 2 \right) \cdot \frac{(2b-5) \cdot (2b+5)}{5}$$

- egyenleteknél, egyenlőtlenségénél az értelmezési tartomány meghatározása, pl. ha a négyzetgyökös egyenletnél a négyzetgyök alatti kifejezést vizsgálják, az oldalakra nem tesznek megállapítást, a kapott különféle eredményeket nem vetik egybe a megoldással,
- hibás másodfokú egyenlőtlenség megoldás: $x^2 > 9 \rightarrow x > \pm 3$ vagy $x > 3$,
- törtes egyenlőtlenségénél vizsgálat nélküli nevezővel való beszorzás, hibás esetszétválasztás
- a nulla funkció szerepe, pl. nullával való osztás,
- függvénytannál a matematikai szakkifejezéseket nem értik, vagy helytelenül használják, fogalmaik nem tiszták, pl: értelmezési tartomány-értékkészlet, szélsőérték hely és érték összekeverése. Itt is érződik a függvénytáblázat függőség, hiszen a különböző típusú alap függvényeket nem ismerik, azokat a függvénytáblázatból keresték ki eddigi tanulmányaik alatt.

A fent említett hibák a főiskolai tanulmányaik alatt is jelen vannak, olyan erősen rögzülve, hogy a vizsgákon is ezek szerepelnek döntő többségben, többnyire e hibák miatt nem jutnak el a feladat helyes megoldásához.

A hamis analógiák gyakori felbukkanása, a legegyszerűbb –nekünk legegyszerűbbnek tűnő- fogalmak nem ismerete, a hibás műveletvégzések, hiányos ismeretanyagot és nem megfelelő matematikai tudást eredményeznek.

Ha megvizsgáljuk, a hallgatók érettségi szintjeit azt tapasztaljuk, hogy az emelt szinten érettségizettek sokkal jobban teljesítettek, mint a középszintűek.

Míg a középszintű érettségivel rendelkezők 11%-a írt 50% feletti dolgozatot, addig emelt szinten érettségizett társaik 57%-a érte el fent említett eredményt.

Ha a felvételnél szerepet játszó érettségi két típusának arányát nézzük, akkor azt látjuk, hogy a fajsúlyosabb követelményrendszerű emelt szintű érettségivel a diákok egy kevés százaléka, közel 8%-a mert szembenézni. Azonban nincs is feltétlen szükség többre, hiszen a bejutás nélkül is lehetséges. Az eredeti tervek szerint a középszintű érettségi a középiskolai tanulmányok lezárását szolgálná (mint ahogy tették a hagyományos érettségek is), az emelt típus a felvételt egységesítené, központosítaná.

Azonban a felsőoktatás finanszírozási rendszerének következményeképpen a felvételi követelmények fellazultak, mindeddig a felsőoktatási intézetek túlnyomó részében a középszintű tantárgyi érettségi vizsga elegendő a felvételhez. Ezért történhet meg, hogy a BGF-PSZK emberi erőforrás és gazdálkodási és menedzsment szakokra matematika érettségi nélkül is felvételt nyerhetnek a diákok. Ezzel magyarázható, hogy a hallgatók tudásszintjei között egyre nagyobb az eltérés, ami az oktatás hatékonyságát is rontja. A diákok teljesen más ritmusban tudják befogadni a leadott anyagot. Nagy részük nem tud a mintatanterv szerint haladni, ami a tanulmányi idejük meghosszabbodását eredményezi. A központi kérdés továbbra is a hiányos felkészültségű, kevésbé motivált hallgatóság felzárkóztatása.

A szükséges felzárkóztató előkészítése a BGF-PSZK-n

Az elmúlt évben a jelentkezők által első helyen megjelölt szakok közül – bár csökkenő arányban – továbbra is a gazdasági képzés a legnépszerűbb. Hiába szüntette meg az állam a gazdasági szakok állami támogatását a 2012-es általános felvételi eljárásban a főiskolák közül a BGF vonzotta a legtöbb jelentkezőt (12767 fő).

Tehát a Budapesti Gazdasági Főiskolának, mint minden más felsőoktatási intézménynek szembe kell néznie a különböző motiváltságú hallgatók oktatásával. A hatékony, eredményes munkavégzés érdekében új oktatási programokat kell létrehozni.

A gazdasági alapképzésben az oktatott tárgyak szorosan kapcsolódnak a matematika különböző szakterületeihez. Ezen belül is a gazdasági informatikus képzés a főiskola matematikáigényes szakja. Jóval több kötelező és választható matematikai tárgyat tanulnak, mint a többi szakokon.

1. táblázat: A BGF-PSZK képzések természettudományos tárgyai

BGF-PSZK Képzés	Szakirány	Képzés célja	Természettudományos ismeretkörök	Gazdasági ismeretkörök
Gazdálkodási és menedzsment	Vállalkozásszervező	gazdasági folyamatok tervezése	matematika	
	Közgazdász informatikus	és szervezése		statisztika
	Statisztikus elemző	pénzügyi folyamatok elemzése		számvitel
		gazdálkodási eredmények elemzése		pénzügytan
				mikro-makroökönómia
Gazdasági informatikus	Logisztikai informatikus	IT rendszerek bevezetése	matematikai alapok	számvitel
	Üzleti informatikus	és fejlesztése	alkalmazott matematika	
		operációs rendszerek fejlesztése	matematikai modellezés	
		szoftveralkalmazások tervezése	számítástudomány	
		üzleti folyamatok elemzése		
Pénzügy és számvitel	Pénzügy	pénzügyi és számviteli tervek készítése	matematika	statisztika
	Számvitel	és értékelése	informatika	pénzügyi számítások
		adó-, illeték-, vám-, tb. meghatározása		pénzügyi számvitel
		gazdasági folyamatok komplex vizsgálata		mikro-makroökönómia
		gazdálkodás elemzése, értékelése		
		pénzügyi szervezetek működtetése		
Emberi erőforrások	humán erőforrás menedzser	munkaerőpiac elemzése	matematika	statisztika
		szervezési, tervezési feladatok ellátása		pénzügytan
		érdekegyeztetési folyamatok		számvitel
		koordinálása		mikro-makroökönómia

Az alapképzésben a módszertani alapozó tárgy a Gazdasági Matematika, a gazdasági informatikus szakon a Matematikai alapok. Tantárgyainkban a hallgatók megismerkedhetnek a Matematikai analízis alapjaival, a Valószínűségszámítás elméletével és főbb gyakorlati alkalmazásaival. Az Operációkutatásban a Döntési elméletet is ideértve, a gazdasági műveletek (operációk) matematikai úton történő optimalizálása a fő cél. E tárgy műveléséhez már megfelelő matematikai alapképzettség szükséges. A pénzügyi számítások szintén szorosan kapcsolódnak a matematika különböző szakterületeihez, elengedhetetlen a sztochasztikus folyamatok és differenciálszámítás eszköztárának biztos ismerete. A statisztika mivel a mindennapi életünkben is egyre nagyobb szerepet tölt be, a gazdasági folyamatok elemzéséhez, trendjeinek felméréshez ad ismereteket. Matematikaigényessége nem vitatható.

Gazdasági tárgyként számon tartott mikro-és makroökonómia a közgazdaságtan matematizáltabb részéhez tartozik. Jellemzően a mikroökonómia modellekben is megjelenik a többváltozós analízis. Látható, hogy az alapozó tárgynak számító matematikai analízis milyen fontos szereppel bír. Ennek egyik legjelentősebb témaköre a differenciálszámítás. E témakörnek előzményei vannak, és mint tapasztaltuk szerteágazó következményekkel lehet számolni, tehát a diákoknak egy biztos alapos tudást kell szereznüik. A differenciálszámítás oktatásának, megtanulásának szükségszerű előzménye a függvényhatárérték – nem egyszerű- fogalmának ismerete a diákok részéről. Ehhez a számsorozatok konvergenciájának megértése vezethet el a legegyszerűbben, azon belül a határérték fogalmából kiindulva. Mivel a diákoknak a középiskolából hozott ismereteikre nem nagyon számíthatunk, az új fogalmak megértése céljából, a gazdasági matematika és az operációkutatás tananyagaihoz egy olyan felzárkóztató anyagot kell létrehozni, ami az alapképzésben részt vevők hatékony és eredményes tanulásának támogatására szolgál. A matematika tudása nemcsak az elsajátított ismeretek alkalmazása miatt szükséges, hanem a logikus és racionális gondolkodás fejlesztése miatt is elengedhetetlen.

A felzárkóztató kurzus

Azoknak a hallgatóknak, akik a regisztrációs héten íratott szintfelmérő dolgozatot 50% alatt teljesítik, nyomatékosan ajánljuk a felzárkóztató kurzust. A heti két órás, kiscsoportos gyakorlaton akár személyre szóló segítséget is tudunk nyújtani a hiányos középiskolai ismeretek pótlására, az elfelejtett anyag felidézésére. A hallgatói közösségek motiváltságának növelése érdekében, év közben kisdolgozatokkal mérjük a tanult anyagot. A felzárkóztatás eredményessége, hogy a hallgató könnyedén megszerzi a megfelelő kreditet, a mindenki számára kötelezően előírt Gazdasági Matematika 1. főtárgyból.

Mivel ezek a szintre hozó kurzusok párhuzamosan folynak a gazdasági matematika oktatásával, mindenképpen szükségesnek tartjuk, hogy a felzárkóztatón olyan jellegű feladatok kerüljenek megoldásra, amelyek szorosan kapcsolódnak az új (azon a héten leadott) analízis anyaggal. A tananyagnak megfelelően a matematikának olyan fejezeteit indokolt átismételni, amelyek feltétlenül szükségesek a továbbhaladáshoz. Ilyen fejezetek:

- Halmazelmélet
- Hatvány, gyök, logaritmus
- Algebrai kifejezések, algebrai törtek
- Függvények
- Egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek

A gazdasági informatikusok részére

- Trigonometria
- Területszámítás

A fogalmak, összefüggések ismétlését, újratanítását a lehető legegyszerűbben célszerű megtenni, de a feladatmegoldásokhoz szükséges legfontosabb szabályokat masszívan be kell gyakoroltatni.

Könnyen begyakorolható algoritmusokkal tudjuk motiválni a diákokat a későbbi problémák megoldásának sikeréhez, hiszen a feladatmegoldásban elért gyakorlottságnak fontos transzfer hatása van az elméleti háttér megértésében.

Mindezt jól használható oktatási anyagokkal próbáljuk megvalósítani, erre a célra íródott jegyzetet és primer tanulásra és összefoglalásra szolgáló Workshop-ot használva. Az utóbbi a BGF három karának közös munkája, ami egy PowerPoint-os oktatófilm a fent említett matematikai témakörökkel.

A kurzus keretén belül az ismétlésen kívül a főiskolai anyag is tárgyalásra kerül, ami a hallgatóság körében igen népszerű, hiszen a diákok nem azt érzik, hogy a középiskolai anyag újratanítása történik.

Úgy gondoljuk, hogy ezzel a lehetőséggel több tanulási időt biztosítunk a hallgatónak a tananyag elsajátítására, továbbá segítünk a hatékony tanulási folyamat és a belső motiváció kialakítására, növelésére. Ahhoz, hogy a matematikai oktatásunk a kívánt színvonalon eredményes és megfelelő alapul szolgáljon a szakmai tárgyakhoz, párhuzamosan kell erőfeszítést tenni a felzárkóztatással, valamint a gyorsabb haladásra alkalmas hallgatók szakmai elkötelezettségének a fokozására.

Úgy gondolom, hogy ez még nem oldja meg teljesen a fennálló problémát, de egy próbálkozás annak enyhítésére. Azt tapasztaljuk, hogy a probléma egy másik gyökere, hogy a mai diákok nem akarnak gondolkodni. Bizonyos dolgokat, lexikális tudást meg lehet tanulni a könyvből, de vannak olyan területek, mint a matematika, hogy csak úgy lehet elsajátítani, hogy az ember gondolkodik. Az ECTS kreditakkumulációs rendszernek köszönhetően ráadásul még lehetőségük is van, hogy évekig próbálkozzanak egy-egy érdemjegy megszerzésével. Miután az elégtelen nem jár automatikusan évismétléssel, a hallgató nem tesz meg mindent a sikeres vizsga érdekében.

Jövőbeli kutatási terveim

A kutatásom egyik célja annak feltárása, hogy az iskolai matematikatanítás során milyen tényezők okozhatják a megértési nehézségeket. Feltérképezném, hogy a tipikus matematika hibák közül melyik, hogyan és hol jelentkeznek. Középiskolai vizsgálatok sorozatát tervezem, arra keresvén a választ, hogy miképpen kell kiegészíteni a felsőoktatásnak a hallgatók által a középiskolából hozott ismereteket, vagy milyen változtatásokat kellene végrehajtani a középiskolai követelményrendszerben ahhoz, hogy hallgatók sikeresebben vegyék az akadályokat a főiskolán tanított matematikában. Kérdőívek segítségével kérném a középiskolában tanító kollegák tapasztalatait, továbbá a felsőoktatásban dolgozó oktatók véleményét a problémamegoldással kapcsolatban. A központi kérdés – hogyan alakítsuk, módosítsuk a felzárkóztató kurzus tananyagát, hogy annak segítségével a szükséges ismereteket a lehető leghatékonyabb módon adjuk át egy félév során -.

Hiszem, hogy a legjobban akkor tehetjük vonzóvá a matematikát, ha a tanulót érdekeltté tesszük, amit egy jól felépített oktatási rendszerben a probléma megoldási képességek fejlesztésével érhetünk el.

Hivatkozott források:

Európai Tanács. Lisszaboni Európai Tanács, 2000. március 23–24. Az elnökség következtetései. (European Council. Lisbon European Council 23 and 24 March 2000. Presidency conclusions.)

Csákány A. (2011): Results of Mathematics „Test Zero” at Budapest University of Technology and Economics in 2010, Matematika az építész és építőmérnöki tervezésben és oktatásban Konferencia, Pécs, 2011. május, ISBN 978-963-7298-44-8

Ambrus A. (1995): Bevezetés a matematikadidaktikába, ELTE Eötvös Kiadó

http://www.felvi.hu/bin/content/vonal12a/html/szer/szer_353.html letöltés: 2012

http://eduline.hu/erettsegi_felveteli/2012/7/26/Itt_a_lista_ezekre_az_egyetemekre_es_foisko_6ZZUE0 letöltés: 2012.07.26.

http://ec.europa.eu/magyarorszag/press_room/press_releases/20110419_unios_oktatasi_jelentes_hu.htm letöltés: 2011.04.19.

http://www.tpf.hu/upload/docs/Bologna/TrendsV_hu_honlapra.pdf

<http://www.bgf.hu/pszk/dokumentumok/szabalyzatok2010/szakiranyok%20pszk%20bp%202012%20aprilis.pdf> letöltés: 2010.

Kollár Judit

tanársegéd

BGF-PSZK

kollar.judit@pszfb.bgf.hu

MIT TUDNAK AZ ELSŐÉVES MŰEGYETEMI HALLGATÓK A VEKTOROKRÓL?

CSÁKÁNY ANIKÓ

Összefoglalás

A Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem (BME) elsőéves hallgatói 2010 szeptembere óta nulladik matematika zárthelyi írásával kezdik a tanévet. A dolgozat sikeres teljesítése a továbbhaladás feltétele. A több mint 3000 főből álló minta eredményei érdekes következtetésekre adnak lehetőséget a matematikai kompetenciákkal kapcsolatosan.

A műszaki képzésben résztvevők számára fontos matematikai témák között hangsúlyosan szerepelnek a vektorok és a kapcsolódó koordináta geometria. Ezekben a témakörökben való jártasság a műszaki szakokon tanulók számára alapvető követelmény, számos kötelező mérnöki alaptantárgy tematikája tételezi fel a vektorokkal kapcsolatos elemi ismereteket. A nulladik zárthelyi összeállításánál is külön hangsúlyt kap a vektorokról szóló fejezet.

Az előadás elemzi a kompetencia alapú oktatás eredményességének kérdését az elvégzett vizsgálatok, a vektorokkal kapcsolatos feladatok eredményeinek felhasználásával. A nagy mintákon készült felmérések megalapozott következtetések levonására adnak lehetőséget.

Kulcsszavak: matematika oktatás, felzárkóztatás, vektorok

Előzmények

A mérnökök oktatásával foglalkozó európai egyesület matematika munkacsoportja, a SEFI (European Society for Engineering Education) Mathematics Working Group (MWG) 2002-ben *Matematika az európai mérnökök számára, tananyag a XXI-ik században* címmel kiadványt jelentetett meg (SEFI, 2011) Ebben hangsúlyozzák, a matematika és a mérnöki tudományok közt mindig is szoros volt a kapcsolatot. Kiemelik azt is, bár a mérnöki tudományok többsége a matematikát az elemzés és leírás legalapvetőbb módszereként használja, ennek ellenére egyre több országban romlik a műszaki felsőoktatásba belépő hallgatók matematikai előképzettsége, tudása, jártassága, motiváltsága.

Irodalmi adatok igazolják, Magyarország sem kivétel. A műszaki képzések sok szakon tömegessé váltak, a felsőoktatási intézmények egymás után vezetnek be, tesznek kötelezővé matematikai kompetenciákat mérő kritériumdolgozatokat a golyák számára. 2009-ben országos felmérés is készült a műszaki és természettudományos felsőoktatásba belépő hallgatók körében matematikából, fizikából és kémiából (Radnóti K.-Pipek J., 2008),(Csákány A.-Pipek J., 2009). Az eredmények lehangelőek. Azt támasztják alá, az elsőévesek egy jelentős része nincs megfelelő előképzettség birtokában, ezekből a tantárgyakból sokan felzárkóztatásra szorulnak.

A SEFI MWG munkacsoportban közösen megalkotott *Framework for Mathematics Curricula in Engineering Education* című dokumentum (SEFI, 2011.) értelmében a matematikai kompetencia a matematikai fogalmak, eljárások és törvényszerűségek felismerésének, használatának, az adott környezetben vagy helyzetben történő értő alkalmazásának képessége, ami kétség kívül a mérnökök matematika képzésének legfőbb célja. Szükséges, de nem elégséges feltétele a matematikai kompetenciának a

tárgyi és technikai tudás. Ezt kiindulópontként elfogadva vizsgáljuk a következőkben a tanulmányaikat kezdő mérnökhallgatók matematikai kompetenciáit elsősorban a nulladik zárthelyiben szerepeltetett vektoros feladatok eredményeinek elemzésével.

Nulladik matematika zárthelyi a BME-n

A Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem karai 2010-ben döntöttek úgy, hogy a matematika tudás felmérését szolgáló, úgy nevezett „nulladik” matematika zárthelyi eredményes teljesítése váljon az első szemeszteres kötelező matematika tárgyak követelmény-rendszerének kötelező részévé.

A nulladik zárthelyi céljai:

- elvárást definiálni a hallgatók felé, mi az, amit matematikából „mindenkinek tudni kell”;
- motiválni a hallgatókat tudásuk felfrissítésére a képzés kezdetén;
- számszerűsített, objektív adatokat nyerni a felsőfokú tanulmányaikat a BME szakjain megkezdők matematika tudásáról, feltérképezni, mik azok az ismeretrészek, amik hiányoznak;
- visszajelzést adni a hallgatóknak felkészültségük megítéléséről tanulmányaik kezdetekor;
- lehetőséget biztosítani a gyengébb felkészültségűek számára arra, hogy eldönthessék, részt vesznek-e a szervezett felzárkóztatásban;
- információt nyerni arra vonatkozóan, milyen összefüggés van a felvételi pontszám és a tényleges teljesítés, illetve a matematika érettségi szintje és a nulladik zárthelyi eredménye között;
- visszajelzést adni a középiskolákban matematikát tanító tanárok számára is: a BME – saját elvárásai, szempontjai szerint súlyozott – felmérésén miként teljesítenek a középiskolából nemrég kikerült diákok;
- megmutatni, hogy a tesztelés és az ahhoz kapcsolódóan felkínált szervezett felzárkóztatás révén csökkenthető a matematika tárgyakban a sikertelen teljesítések aránya.

A dolgozatírás előkészítése, lebonyolítása

A zárthelyi előkészítésekor komoly elvárásoknak kellett megfelelni: egy napon, három egymás utáni turnusban a BME kb. 3500 elsőéves hallgatója ír dolgozatot három egymás utáni turnusban két párhuzamos – A és B – csoportban szervezve. A körülmények - elsősorban a korlátozott tanterem kapacitás - miatt a zárthelyi 50 perc hosszúságú. Semmilyen segédeszközt nem lehet használni. A zárthelyi eredményének ismeretében van lehetősége a hallgatóknak eldönteni, részt kívánnak-e venni a Műegyetem által szervezett felzárkóztatásban, felveszik-e a Bevezető matematika című, 2 kreditre szabadon választható felzárkóztató tantárgyat. Emiatt a nulladik zárthelyi értékelését nagyon rövid idő alatt, a megírást követő 24 órán belül el kell végezni, a hallgatókat informálni kell eredményükről. A dolgozat a BME Tanulmányi és Vizsgaszabályzata szerint a félév folyamán még két alkalommal pótolható.

A hallgatók előzetes informálása a zárthelyi időpontjával, körülményeivel kapcsolatosan a felvételi döntés megszületését követően még a nyár folyamán megtörténik. A szervező Matematika Intézet segítséget is biztosít a felkészüléshez a hallgatók számára:

- honlapján gyakorló feladatsort és feladatsor archívumot tesz közzé ,

- interaktív gyakorlófelületet biztosít <https://alfa.bme.hu> címen,
- három napos önköltséges tanfolyamot szervez a regisztrációs héten, melyet a Matematika Intézet munkatársai tartanak.

A feladatok összeállításakor középiskolai feladatgyűjtemények, más egyetemek szintfelmérői, kritérium dolgozatai, nemzetközi és országos tudásmérések, régi központi írásbeli felvételi feladatsorok, PISA felmérők feladatai is ötletadó forrásként szolgálnak (OECD-PISA, 2009). A feladatokban hangsúlyosabban szerepeltek a középfokú matematika azon tananyagrészei, melyek a felsőoktatási tanulmányok alapját képezik, illetve amelyeket a műszaki, gazdasági felsőoktatásban történő sikeres előrehaladás szempontjából fontosak. A leggyakrabban szereplő témák:

- algebrai készségek,
- egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek, szöveges feladatok,
- trigonometria,
- geometria, vektoralgebra, koordináta geometria,
- függvények, komplex feladatok.

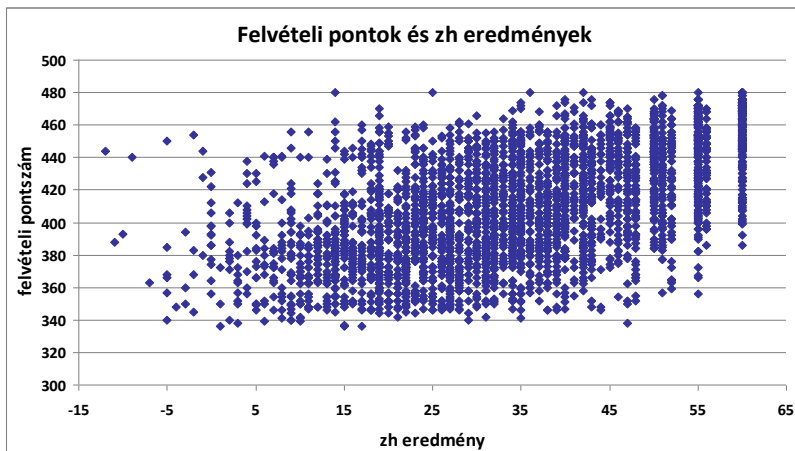
A feladatok összeválogatásánál a várható nagy létszám miatt fontos szempontnak tekintjük, hogy egyszerű legyen a javítás. A gyors feldolgozást teszi lehetővé, hogy a dolgozat 15 darab feleletválasztós kérdésből áll. A megadott öt válaszlehetőség közül mindenütt pontosan egy helyes. A helyes válasz 4, a hibás válasz -1 pontot ér, 0 pontot kap a hallgató, ha üresen hagyja a válaszmézőt.

A nulladik zárthelyi megírására szeptemberben az első vagy második oktatási héten kerül sor. Dolgozatjavításra külön nincs szükség, az egyes feladatokra adott válaszokat egyszerűen csak egy hibavédelemmel ellátott Excel táblázatban kell hallgatónként rögzíteni. Az értékelést a táblázat programozott része elvégzi. 2010-ben a BME-n a nulladik matematika zárthelyit 3328, 2011-ben 3351 első éves hallgató írta meg.

Eredmények

A dolgozat eredményeit a megírás napján feldolgozzuk. 2010 szeptemberében az derült ki, hogy az elvárt 50%-os szintet a résztvevő hallgatóknak csak 36,4%-a teljesítette. El kellett fogadnunk, hogy a hallgatók matematika alapjai nem felelnek meg a feltételezett szintnek, ezért a sikeres teljesítés ponthatárát 50%-ról 40%-ra kellett csökkenteni. A 40%-os szintet a hallgatók 49,3%-a érte el. Azóta, és így 2011-ben is, az elvárt szint a 40% volt [6].

Vizsgáltuk az eredményesség és a felvételi pontszám közötti kapcsolatot. A 2011 évi eredmények felhasználásával készült az 1. ábra. Az ábra minden pontja egy-egy hallgatónak felel meg, egybeeső pontok előfordulhatnak. Látható, hogy a téglalap nagy része majdnem egyenletesen ki van töltve pontokkal. Az adatok alapján elmondhatjuk: a relatíve alacsonyabb felvételi pontszámhoz alacsony nulladik zárthelyi eredmény tartozik, visszafelé azonban ez sajnos, nem igaz. A magas pontszámokkal bekerülők esetében semmit nem



1. ábra A zh eredményesség és a felvételi pontszám közötti kapcsolat (2011)

tudunk mondani a dolgozat várható teljesítéséről. Jól látszik, hogy a magas felvételi pontszám alapján nem tudunk következtetni, milyen lesz a hallgató eredménye a dolgozatban. A felvételi pontszám nem ad megfelelő információt a diák felkészültségéről, várható szerepléséről. Egyértelmű viszont, hogy az emelt szintű matematika érettségivel érkezők sokkal jobban teljesítenek (Csákány A., 2012).

A dolgozat eredményeit elemezve láthatjuk, melyek azok a témakörök, amikben gyengébb eredményeket értek el a hallgatók. Itt is felsorolunk néhányat ezek közül: algebrai készségek (pl. logaritmus használata, egyenlőtlenségek megoldása), geometria, beleértve a vektor algebra és koordináta geometria témákat, szóveges feladatok, trigonometria.

Feladatok elemzése

A Bloom-féle taxonómia a tudás fejlődési szintjeit kategorizálja. A kognitív szintek, amelyeket a követelmények meghatározása és a tanítási-tanulás folyamat tervezése során egyaránt használhatunk, a következők:

1. *Ismeret* szintje: az emlékezésre, felismerésre, felidézésre építő tények, információk, fogalmak, törvények, szabályok, elméletek ismerete.
2. *Megértés* szintje: összefüggések értelmezése, saját szavakkal történő leírása
3. *Alkalmazás* szintje: a probléma felismerése, a megoldás keresése és a megoldás végrehajtása (terminológiák, szimbólumok használata, problémák megoldása ismert vagy szokatlan környezetben)
4. *Analízis* szintje: elemző gondolkodás, magyarázat, összehasonlítás.
5. *Szintézis* szintje: új eredmény létrehozása, amelynek összetevői a tervezés, kivitelezés és az eredmények értékelése.
6. *Értékelés* szintje: a különböző nézetek összevetése, elemzése, azaz önálló véleményalkotás és ítékezés.

A nulladik matematika zárthelyiben elsősorban az első három, az *ismeret*, a *megértés* és az *alkalmazás* szintjeinek tesztelése történik. A következőkben a gyengébben teljesített témakörök közt szereplő vektor algebra témájú feladatok elemzésén keresztül mutatjuk be tapasztalatainkat.

Feladatok elemzése

1. feladat (2010. szeptember 13.)

Adottak az $\mathbf{a}(3;1)$ és $\mathbf{b}(2;-1)$ vektorok. Mennyi az általuk bezárt szög koszinusza?

- (A) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ (B) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (C) $-\frac{1}{\sqrt{5}}$ (D) $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ (E) ezek egyike sem

Ez a feladat a teszten belül az összetettebb problémák közül való. Megoldásához szükség van a vektorok skaláris szorzata fogalmának, definíciójának ismeretére (ismeret szintje), szükséges annak felismerésére, hogy a skaláris szorzat segítségével a vektorok által bezárt szög számítható (megértés szintje), emlékezni kell a skaláris szorzat kiszámítási módjára, végül számolási készségre is szükség van a tanultak alkalmazásához (alkalmazás szintje). A feladatot 750 hallgató kapta meg. A válaszok eloszlását az 1. táblázatban foglaltuk össze:

1. **táblázat** Az 1. feladat válaszainak eloszlása (2010)

1. feladat	Válaszok száma	
A	46	6,1%
B	233	30,1%
C	6	0,8%
D	18	2,4%
E	48	6,5%
nem válaszolt	399	53,1%
összes	750	100,0%

A helyes (B) válasz gyakorisága 30,1%, a hibás válaszok aránya 15,8%. Meglepően magas azok aránya, akik kihagyták a feladatot, 53,1%. Ez a kiadott feladatsoron belül is kiugróan magas arány vélhetően a hallgatók elbizonytalanodásának jele, azt jelzi, hogy a skaláris szorzat fogalmának készség szintű használatára a hallgatók nincsenek felkészülve. Szó szerint ugyanez a feladat más adatokkal szerepelt a 2011. szeptemberi feladatsorban is. Ekkor már érezhetően jobbak lettek az eredmények. A két év adatainak összehasonlítását láthatjuk a 2. táblázatban:

2. **táblázat** Az 1. feladat 2010 -2011- évi válaszai eloszlásának összehasonlítása

	válaszadók száma	helyes válasz		hibás válasz		nincs válasz	
		fő	%	fő	%	fő	%
2010	750	233	31,1	118	15,8	399	53,1
2011	831	465	56,0	114	13,7	252	30,3

Megállapíthatjuk, hogy bár a BME képzései szempontjából kiemelt a jelentősége, az egyetemre beérkező hallgatók mobilizálható matematikai eszközkészletében a skaláris szorzattal történő számítás nem feltétlenül szerepel.

2. feladat (2012. február 13, keresztfélév) [7]

Adott $\mathbf{e}(5;-5)$ és $\mathbf{f}(7;1)$ vektorok esetén melyik állítás igaz az $\mathbf{e}-\mathbf{f}$ és $\mathbf{e}+\mathbf{f}$ vektorokra?

1. merőlegesek 2. hosszuk egyenlő 3. hegyesszöget zárnak be
 (A) csak az 1. (B) csak a 2. (C) csak a 3. (D) több is igaz (E) egyik sem igaz
 Ez a feladat is a teszten belül az összetettebb problémák közül való. Megoldásához szükség van a vektorok összeadásának, kivonásának ismeretére (ismeret szintje), annak felismerésére, hogyan lehet a skaláris szorzat segítségével a vektorok merőlegességét ellenőrizni (ismeret, megértés szintje), emlékezni kell a skaláris szorzat kiszámítási módjára, végül számolási készségre is szükség van a tanultak alkalmazásához (alkalmazás szintje). Megoldási alternatíva: a hallgató ráismerhet, hogy a megadott két vektor azonos hosszúságú, de nem merőlegesek egymásra. Feltételezheti, hogy egy paralelogramma oldalvektorai, a kérdésben szereplő összeg és különbség vektorok a paralelogramma átlóvektorai, szükségképpen merőlegesek egymásra, de hosszuk eltérő.

3. táblázat A 2. feladat válaszainak eloszlása (2012)

2. feladat	Válaszok száma	
A	77	33,0%
B	25	10,7%
C	29	12,5%
D	29	12,5%
E	11	4,7%
nem válaszolt	62	26,6%
összes	233	100,0

A feladatot a kisebb méretű keresztféléves évfolyam 233 hallgatója kapta meg. A válaszok eloszlását a 3. táblázatban mutatjuk be. A helyes (A) válasz gyakorisága csak 33%, a hibás válaszok aránya magas, 40,4%. Azok aránya, akik kihagyták a feladatot, átlagosnak mondható, 26,6%. A hibás válaszok magas aránya figyelmeztető jel: azt jelzi, hogy a vektorokkal kapcsolatos összetett, többféle ismeret együttes meglétét feltételező feladatban nem számíthatunk a hallgatók biztos tudására, az alapokkal kapcsolatban nehézségeik, hiányosságaik vannak.

Következtetések

Általános tapasztalat a nulladik matematika zárthelyi eredményeinek feldolgozása után, hogy a felsőfokú tanulmányaikat kezdő hallgatók jelentős hányada nem megfelelő alapokkal érkezik. A szükséges előismeretek, matematikai kompetencia hiánya az egyik fő oka a magas sikertelenségi aránynak a kötelező matematika tantárgyakban, de áttételesen gyakran a tanulmányi okból történő elbocsátásoknak is. A tapasztalatok összegzése után került sor a rászoruló hallgatók felzárkózását segítő Bevezető matematika szabadon választható felzárkóztató tantárgy tematikájának kidolgozására. Ebben hangsúlyosan szerepelnek azok a témák, amikben a nulladik zárthelyin elért eredmények gyengébbek. Egyértelmű, hogy ezek között a témák között szerepeltetni kell a vektorokról szóló fejezetet is. Kulcskérdés a középiskolai matematika tanárok

informálása a BME követelményrendszeréről, a nulladik zárthelyi eredményeiről, fontos a velük történő közös gondolkodás, konzultáció. Ez eddig konferenciákon – Varga Tamás Módszertani Napok, Rátz László Vándorgyűlés – tartott előadások, előadás utáni beszélgetések formájában valósult meg.

Irodalomjegyzék

- European Society for Engineering Education (SEFI)(2011): *A Framework for Mathematics Curricula in Engineering Education*, First Revision of Report by the SEFI Mathematics Working Group “Mathematics for the European Engineer: A Curriculum for the Twenty-First Century”. <http://sefi.htw-aalen.de/>
- Radnóti K.- Pipek J.(2009): A 2008 szeptemberében a Fizika BSc szakokra és a műszaki felsőoktatásba lépő hallgatók által Fizika felmérés eredményeiről, Fizikai Szemle, 2009. március
- Csákány A.- Pipek J. (2010): A 2009. szeptemberében a műszaki és természettudományos szakokon tanulmányaikat kezdő hallgatók által írt matematika felmérő eredményeiről, Matematikai Lapok, 2010/1
- Organization for Economic Cooperation and Development (OECD). *Measuring Student Knowledge and Skills: The PISA 2009 Assessment of Reading, Mathematical and Scientific Literacy*. <http://www.pisa.oecd.org/>.
- Carr M.- Bowe G.- Ni Fhloinn E. (2010): Improving core mathematical skills in engineering undergraduates. 15th SEFI MWG, Wismar 2010
- Csákány A.(2012): Results of Mathematics Test Zero at Budapest University of Technology and Economics in 2010, Pollack Periodica, 2012, Vol 7, Supplement 1, 2012, Vol 7, supplement 1

Szerző

Csákány Anikó,

egyetemi adjunktus

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Matematika Intézet

csakany@math.bme.hu

Mit tudnak az elsőéves műegyetemi hallgatók a vektorokról?

BIZONYOS GRÁFELMÉLETI ALGORITMUSOK TANÍTÁSA ELEGÁNSAN

KISS LÁSZLÓ

Összefoglalás

Cikkemben a gráfelmélet néhány algoritmusának elegáns, hatékony, tanításra és egyéni tanulásra egyaránt kiválóan alkalmas eszközét mutatom be.

Az alkalmazás Excelben VBA támogatással készült, széles paraméterezési lehetőségekkel.

Segítségével, lényegében számtalan, a témába tartozó probléma szemléltethető és tanulható.

Kulcsszavak: *Oktatásmódszertan, gráfelmélet, algoritmusok, programozás*

Teaching certain graph theory algorithms in an elegant way

Abstract

In this presentation an excellent teaching or studying aid for a number of graph theory algorithms is shown.

The application is done in Excel using VBA and accepts a variety of parameters.

It can be used to demonstrate and learn practically countless algorithms used in this area.

Keywords: *Teaching methodology graph theory, algorithms, programming*

Mottó

„annyiba kerül, amennyibe kerül, de megéri, próbáljuk meg érdekessé tenni az iskolát.”
Karácsony Sándor

Bevezetés

Hosszú ideje foglalkoztatott a kérdés, hogyan lehetne egy olyan alkalmazást készíteni, amely a gráfok ábrázolásának és a gráfelméleti algoritmusoknak elegáns tanítását és egyéni tanulását egyaránt kiválóan támogatja. Mindezt lehetőleg olyan eszközzel, ami szinte mindenki számára rendelkezésre áll. A gráfok prezentálásának mátrixos, vektoros volta szinte felkínálta az MS Excel és az azt támogató VBA használatát.

Sikerült a probléma megoldását olyan szintre fejleszteni, amiről már elmondható, hogy bátran alkalmazható lenne az egész magyar közép és felsőoktatásban. A megállapítás vonatkozik mind a témában megvalósult alkalmazásokra mind arra a módszerre és szemléletre, ahogyan és amilyen szellemben azok elkészültek.

Cikkemben a legrövidebb, leghosszabb és kritikus utak (a többes szám itt hangsúlyos) algoritmusainak elsősorban gráfokon való szemléltetését támogató számítógépes

alkalmazás lehetőségeiről lesz szó. Ez az alkalmazás az (Kiss, 2010)-ben és (Kiss, 2011)-ben ismertetett gráfábrázolási technika és a (Kiss, 2011,2)-ben bemutatott vektoros megoldás továbbfejlesztésével készült el.

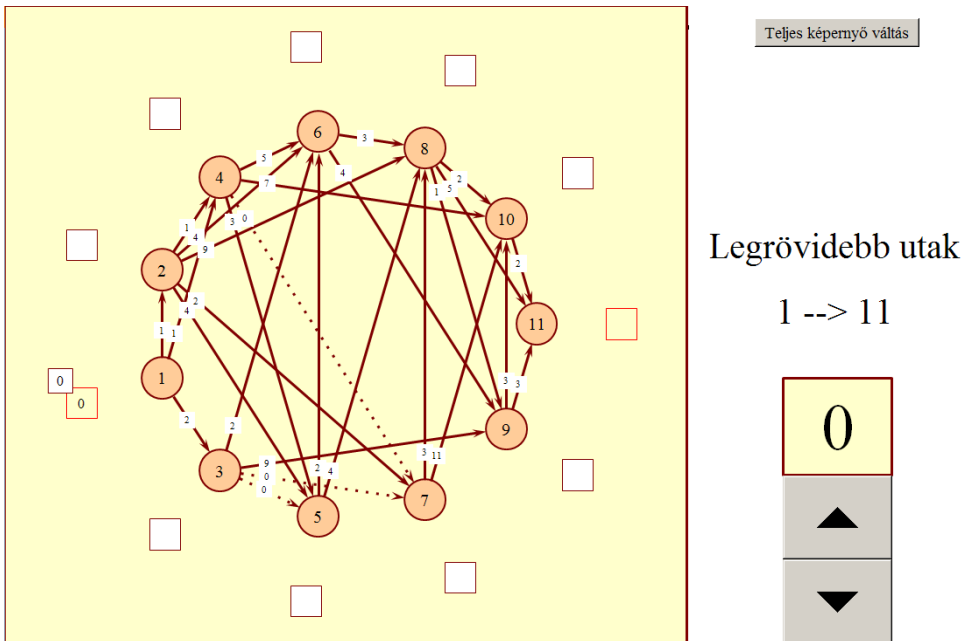
Az alkalmazás használata

Az eszköz, amivel a téma oktatását és az egyéni tanulást végezhetjük egy MS Excel fájl. Kihhasználjuk az Excel táblázatkezelő és a vele együtt telepített VBA programozási lehetőségeit.

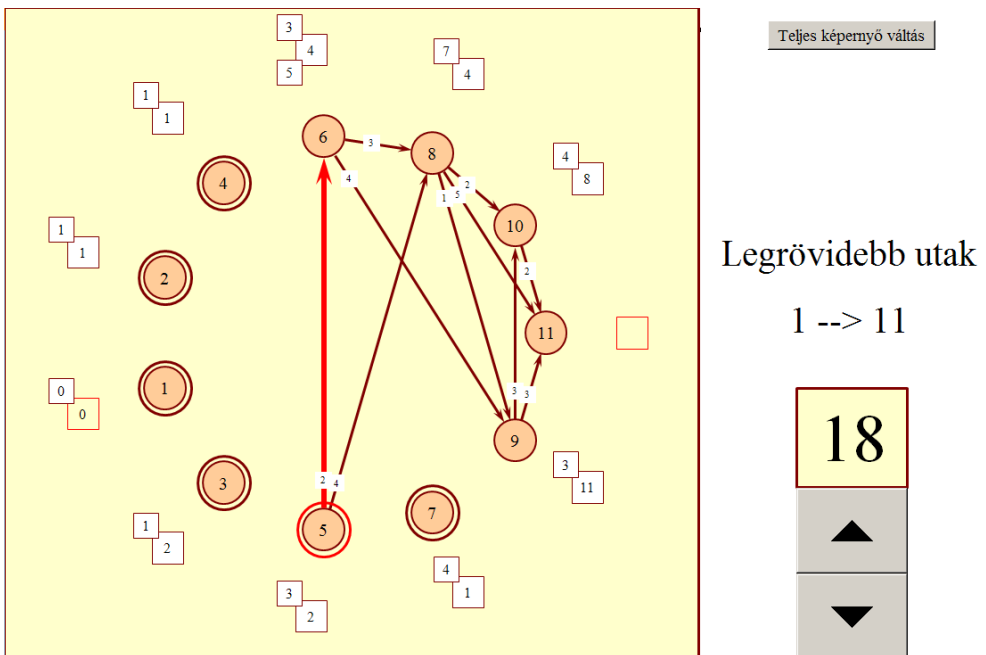
Az indítás után a Leírás lap jelenik meg a képernyőn, ahol megtudhatjuk, hogy milyen billentyűkombinációkat használhatunk az egyes problémák megoldására, illetve szemléltetésére. CTRL+SHIFT+F = teljes képernyőváltás, CTRL+SHIFT+T = alapállapotba állítás, CTRL+SHIFT+D = legrövidebb út algoritmus, CTRL+SHIFT+E = legrövidebb út algoritmus léptethető módon, CTRL+SHIFT+K = Kruskal algoritmus, CTRL+SHIFT+I = Kruskal algoritmus léptethető módon, CTRL+SHIFT+L = leghosszabb út algoritmus, CTRL+SHIFT+O = leghosszabb út algoritmus léptethető módon.

A legfontosabb paramétereket, mint a gráfpontok száma, kezdőpont, végpont a Vezérlés lapon állíthatjuk be. Előbbi nem feltétlenül azonos a megadott szomszédsági mátrix (Szomszédsági_mátrix lap) pontjai számával, ami lehetőséget ad a feladatok variálására. Utóbbiak módosításával természetesen tovább növelhetjük a feladatváltozatokat. Megadhatjuk, hogy a gráf irányított legyen-e. Ezt a paramétert az alkalmazás csupán akkor használja, ha csak a gráfot szeretnénk megjeleníteni (CTRL+SHIFT+G). Az algoritmusok irányított gráfokat feltételeznek. Alapértelmezésben a fent említett három lap látható a fájlban. A megfelelő algoritmus futtatása esetén az eredmények a Legrövidebb_utak, Kritikus_utak, illetve a Leghosszabb_utak lapokon keletkeznek. A mátrixos és vektoros megoldás – lévén az alkalmazás a (Kiss, 2011,2)-ben ismertetett továbbfejlesztése – továbbra is a Megoldás lapon jelenik meg.

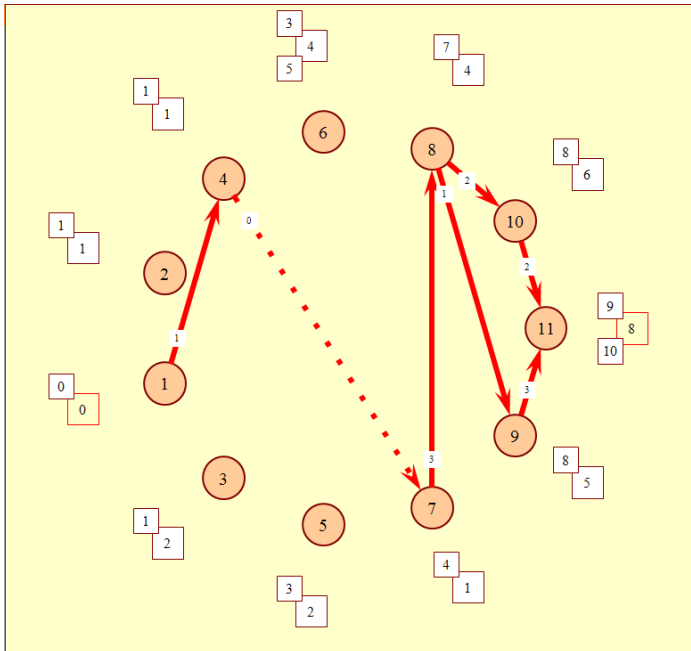
Az alkalmazást az algoritmusok közül a legrövidebb és leghosszabb utak előállításával szemléltetjük. Előbbit az 1-5 ábrák és az 1. táblázat mutatja. Minden pont kapott egy kijelző téglalapot, ami a potenciálját, és négy ehhez sarkosan illeszkedő téglalapot, ami az megadott típusú utakban az öt megelőző pontokat jelzi. (Ez természetesen azt jelenti, hogy akármennyi utat nem tudunk szemléltetni, hiszen a megelőző pontok száma korlátozott!) A gráf ábrázolásának bizonyos paramétereit, illetve például az éppen feldolgozott él színét és vastagságát, amennyiben mást szeretnénk, mint az alapértelmezés, megváltoztathatjuk a rejtett Vezérlés_gráf, illetve Vezérlés_DKL lapokon. A Vezérlés lapokon található paraméterek az előbbieken lévő, azokkal azonos információkat hordozó paramétereket felülbírálják. A Vezérlés_DKL lapon adhatjuk meg, hogy hány szövegdox legyen látható (lásd. 2. és 3. ábra különbözősége), hogyan dolgozzuk fel az éleket, illetve hogy milyen legyen a végén az utak kijelzése (lásd. 4. és 5. ábra különbözősége). A már feldolgozott, illetve az aktuálisan vizsgált ponthoz tartozó vágást a pontot körülvevő kör szemlélteti. Az aktuális szomszédsági mátrixot láthatjuk a táblázatok bal felső sarkában. A leghosszabb utakhoz tartozó információkat mutatja a 2. táblázat és a 6. ábra.



1. ábra: Legrövidebb utak keresése léptetéssel, kezdeti állapot.



2. ábra: Legrövidebb utak keresése léptetéssel, a 18-dik algoritmuslépés után.



Tejles képernyő váltás

Legrövidebb utak

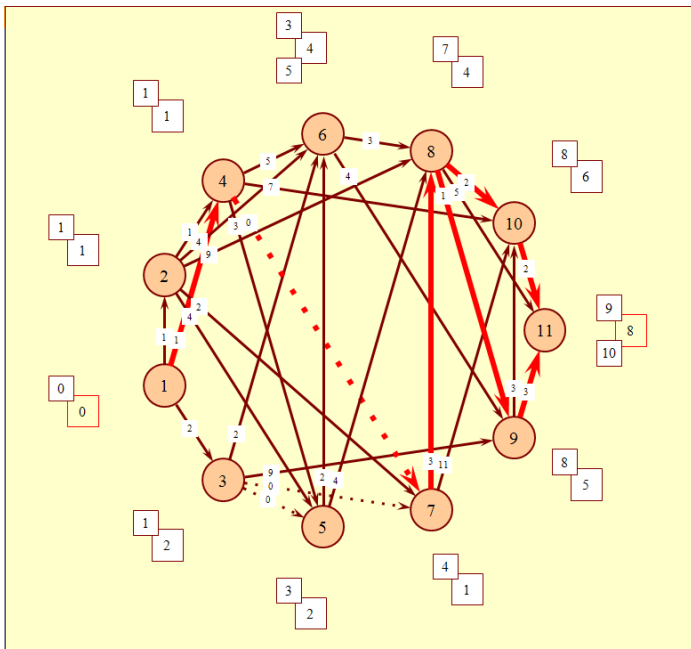
1 --> 11

28

▲

▼

4. ábra: Legrövidebb utak keresése léptetéssel, végső állapot.



Tejles képernyő váltás

Legrövidebb utak

1 --> 11

28

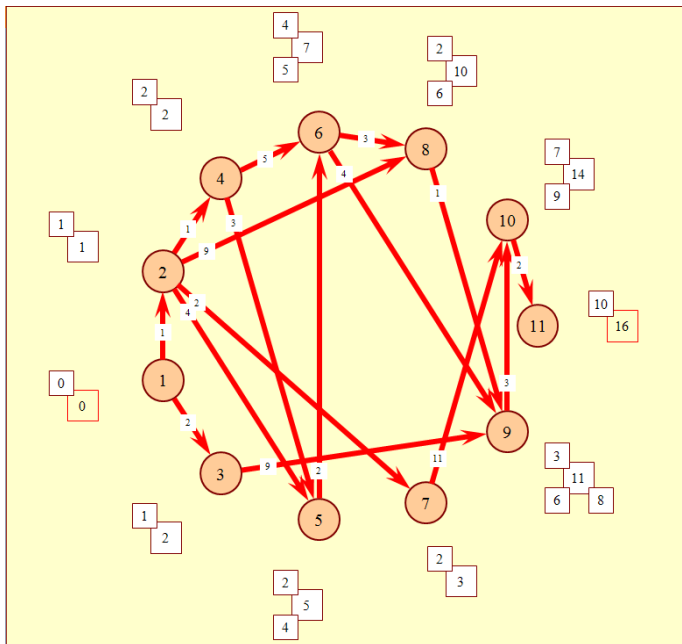
▲

▼

5. ábra: Legrövidebb utak keresése léptetéssel, végső állapot.

2. táblázat: Leghosszabb utak keresése mátrixok, vektorok, végső állapot.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42
1	1	2	1								1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Leghosszabb utak: 1 => 11																				
2			1	4	4	2	9				1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	1	2	7	10	11	1	3	9	10	11										
3				0	2	0		9			2											2	4	6	9	10	11	1	2	4	6	9	10	11							
4				3	5	0			7		3											3	5	6	9	10	11	1	2	5	6	9	10	11							
5					2		4				4											4	5	6	9	10	11	1	2	4	5	6	9	10	11						
6								3	4		5											5	7	8	9	10	11	1	2	8	9	10	11								
7										3											6							1	2	4	6	8	9	10	11						
8											1	2	5								7							1	2	5	6	8	9	10	11						
9												3	3								8							1	2	5	6	8	9	10	11						
10																				2	9							1	2	4	5	6	8	9	10	11					
11																					10																				
12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	11																													
13	0	1	2	2	5	7	3	10	11	14	16	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11																		
14	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	13	1	0	1	1	1																								
15	0	1	1	2	2	4	2	2	3	7	10	14	2																												
16				4	5		6	6	9			15	3																												
17										8		16	4																												
18												17	4		4	4																									
19												18	5				5																								
20												19	6																												
21												20	6																												
22												21	7																												
23												22	8																												
24												23	8																												
25	0	1	1	1	2	2	1	2	3	2	1	24	9																												
												25	10																												
													1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11																		



Tejles képnyő váltás

Leghosszabb utak

1 --> 11

29

▲

▼

6. ábra: Leghosszabb utak keresése léptetéssel, végső állapot.

Összefoglalás, következtetés

Fentiekben megismerkedhettünk egy könnyedén használható, jól paraméterezhető, számtalan feladat megoldását lehetővé tevő eszközzel. Az elegáns ábrázolás, az egyes algoritmuslépések többszöri áttekintése (oda-vissza léptetési lehetőség) segíti a megértést. A kritikus út ily módon való kezelésével egyúttal megteremtettünk a CPM

(Critical Path Method) tanításához egy olyan alapot, amivel a későbbiekben nem csupán teljesen egyszerű feladatok szemléltethetők és oldhatók meg. Ez lehetne tehát a továbbfejlesztésnek egy iránya.

Bízom benne, hogy cikkem felkeltette érdeklődésüket és sokakban felmerül az igény az alkalmazás használatára.

Hivatkozott források

- Kiss L.(2010): Gráf generálás és a Kruskal algoritmus tanítása Excel segítségével, Matematikát, fizikát és informatikát oktatók XXXIV. országos és nemzetközi konferenciája (MAFIOK) Békéscsaba, 2010. augusztus 24-26. ISBN: 978-963-269-201-2.
- Kiss L.(2011,1): Gráf generálás és a Kruskal algoritmus tanítása szebben, jobban, Matematikát, fizikát és informatikát oktatók XXXV. konferenciája (MAFIOK) Szolnok, 2011. augusztus 29-31. ISBN: 978-963-89339-2-8.
- Kiss L.(2011,2): A Dijkstra és a kritikuss út algoritmusok kapcsolata és szemléletes tanítása, Kitekintés-Perspective, 2011/2. XV. évfolyam, Különszám. Szent István Egyetem, Gazdasági Kar, Békéscsaba, 174-182. ISSN: 1454-9921
- Hatvany L.(1994): KARÁCSONY SÁNDOR PEDAGÓGIAI ÍRÁSAIBÓL (9 tanulmány, 1922-1946), Csökmei Kör, 1994
- Cormen, Leiserson, Rivest: Algoritmusok, Műszaki Könyvkiadó, 2003, ISBN: 9789631630299

Szerző

Kiss László

főiskolai docens

Óbudai Egyetem, Rejtő Sándor Könnyűipari és Környezetmérnöki Kar,
kiss.laszlo@rkk.uni-obuda.hu

A SZÁLLÍTÁSI FELADAT TANÍTÁSA ELEGÁNSAN

KISS LÁSZLÓ

Összefoglalás

Cikkemben a szállítási feladat tanítására és a hallgatók egyéni tanulásának támogatására mutatok be egy hatékony, elegáns módszert.

A fentieket támogató alkalmazás Excelben VBA támogatással készült, széles paraméterezési lehetőségekkel.

Segítségével lényegében számtalan, a témába tartozó probléma szemléltethető és tanulható. Moduláris felépítése miatt jól továbbfejleszthető.

Kulcsszavak: *Oktatásmódszertan, operációkutatás, algoritmusok, programozás*

Teaching the transportation problem in an elegant way

Abstract

This presentation demonstrates an elegant and effective way to teach the transportation problem as well as enable students to learn it through self-study.

The application used for this purpose is done in Excel using VBA and accepts a variety of parameters.

It can be used to demonstrate and learn practically countless algorithms used in this area. Its modular architecture allows for easy extension.

Keywords: *Teaching methodology operational research, algorithms, programming*

Mottó

„annyiba kerül, amennyibe kerül, de megéri, próbáljuk meg érdekessé tenni az iskolát.”

Karácsony Sándor

Bevezetés

A szállítási feladat az Óbudai Egyetem Rejtő Sándor Környezetmérnöki és Könnyűipari karán, Környezetmérnök szakon, a Környezetmérnök Informatikus szakirány gyakorlatain került terítékre. A tapasztalatom az volt, hogy – bár csupán a megoldás algoritmusára fókuszáltunk – a hallgatóknak komoly nehézségeik voltak a megértés terén. A tárgy előadásanyagában található példákon kívül az interneten fellelhető anyagokból próbáltak készülni, de általában kevés sikerrel.

Eleinte Excelben készítettem számukra jobban követhető feladatmegoldásokat, később azonban elhatároztam, hogy olyan eszközt igyekszem a kezükbe adni, amivel könnyedén gyakorolhatnak. Erre azonban gyakorlatilag nem került sor, mert – bár az alábbiakban ismertetett alkalmazás elkészült ugyan, de mára – a szakirány megszűnt.

Remélem, hogy lesznek, akik cikkem elolvasása után érdeklődést mutatnak az elkészített alkalmazás iránt.

Az alkalmazás használata

Az eszköz, amivel a téma oktatását és az egyéni tanulást végezhetjük egy MS Excel fájl. Kihasználjuk az Excel táblázatkezelő és a vele együtt telepített VBA programozási

lehetőségeit. Az indítás után a Leírás lap jelenik meg a képernyőn, ahol megtudhatjuk, hogy milyen billentyűkombinációkat használhatunk az egyes problémák megoldására, illetve szemléltetésére. CTRL+SHIFT+F = teljes képernyőváltás, CTRL+SHIFT+T = alapállapotba állítás, CTRL+SHIFT+I = induló megoldás előállítása, CTRL+SHIFT+K = induló megoldás előállítása léptethető módon, CTRL+SHIFT+O = optimális megoldás előállítása, CTRL+SHIFT+L = optimális megoldás előállítása léptethető módon.

Az induló megoldás meghatározásának néhány állapotát láthatjuk az 1-4. táblázatokon (léptethető esetben). Hogy melyik módszerrel történjen az előállítás, a Vezérlés lapon állíthatjuk be. Jelenleg az alkalmazásba 4 lehetőség van beépítve. Az Északnyugati sarok módszer és a Minimális költség módszer, illetve azok módosított változatai. Ez utóbbiak annyit tesznek, hogy ha egy adott állapotban a kereslet és a kínálat számai az adott szállításra megegyeznek, akkor lehetőleg a szállítást abban a formájában kihagyjuk, és egy olyanall helyettesítjük, ahol ez nem áll fenn. Ezt azért tesszük, hogy a lekötött elemek száma lehetőleg ne legyen a kívántnál kevesebb. A megjelenített táblázatokban éppen ilyen esetre láthatunk példát.

Hogy milyen feltételek mellett keressük az induló megoldást, a Szállítási mátrix lapon adhatjuk meg. Egyszerűen az A1 cellától kezdve beírjuk a költségmátrix adatait, közvetlenül alá és mellé pedig a megfelelő igény és készlet adatokat.

Alapállapotban, a fájlban a fent említett három lap látható. Az induló megoldás, a megfelelő billentyűkombináció megnyomása után, az Induló_megoldás lapon jelenik meg. Hasonlóképpen, az optimális megoldás az Optimális_megoldás lapon. A két lap egyidejűleg a fájlban nincs jelen. Mivel az optimális megoldás az utolsó megadott paraméterek alapján számított induló megoldás alapján készül el, ha kíváncsiak vagyunk arra, hogy ez az induló megoldás milyen lépésekben jött létre, a megfelelő léptetéssel (CTRL+SHIFT+K) meglekinthetjük.

1. táblázat: Induló megoldás meghatározása, kezdeti állapot.

A szállítási feladat induló megoldásának meghatározása													
Módosított minimális költség módszer	Hova						K é s z l e t	Hova					K é s z l e t
	1.	2.	3.	4.	5.	1.		2.	3.	4.	5.		
H o n n a n	I.	1	4	2	5	3	190	0	0	0	0	0	190
	II.	6	3	2	4	5	140	0	0	0	0	0	140
	III.	5	6	3	2	4	150	0	0	0	0	0	150
Igény	120	110	70	100	80	480	120	110	70	100	80	480	

2. táblázat: Induló megoldás meghatározása, az első lépés után.

A szállítási feladat induló megoldásának meghatározása													
Módosított minimális költség módszer	Hova					K é s z l e t	Hova					K é s z l e t	
	1.	2.	3.	4.	5.		1.	2.	3.	4.	5.		
H o n n a n	I.	1	4	2	5	3	190	120	0	0	0	0	70
	II.	6	3	2	4	5	140	0	0	0	0	0	140
	III.	5	6	3	2	4	150	0	0	0	0	0	150
Igény		120	110	70	100	80	480	0	110	70	100	80	360



3. táblázat: Induló megoldás meghatározása, a második lépés után.

A szállítási feladat induló megoldásának meghatározása													
Módosított minimális költség módszer	Hova					K é s z l e t	Hova					K é s z l e t	
	1.	2.	3.	4.	5.		1.	2.	3.	4.	5.		
H o n n a n	I.	1	4	2	5	3	190	120	0	0	0	0	70
	II.	6	3	2	4	5	140	0	0	70	0	0	70
	III.	5	6	3	2	4	150	0	0	0	0	0	150
Igény		120	110	70	100	80	480	0	110	0	100	80	290



4. táblázat: Induló megoldás meghatározása, az utolsó lépés után.

A szállítási feladat induló megoldásának meghatározása													
Módosított minimális költség módszer	Hova					K é s z l e t	Hova					K é s z l e t	
	1.	2.	3.	4.	5.		1.	2.	3.	4.	5.		
H o n n a n	I.	1	4	2	5	3	190	120	0	0	0	70	0
	II.	6	3	2	4	5	140	0	70	70	0	0	0
	III.	5	6	3	2	4	150	0	40	0	100	10	0
Igény		120	110	70	100	80	480	0	0	0	0	0	0



Az optimális megoldás meghatározása Disztribúciós módszerrel, a potenciálok módszerével történik. Ennek néhány állapotát láthatjuk az 5-10. táblázatokban, léptethető esetben.

Léptetésre három lehetőségünk van. A Kislépés egy-egy újabb algoritmuslépés eredményét jeleníti meg. A Szakaszlépés a megoldási módszer egy-egy szakaszának, mint az u és v változók értékeinek meghatározása, a differenciamátrix kiszámítása és az új lekötött elem kiválasztása, továbbá a hurok kialakítása, a negatív sarkok minimumának eldöntése és a hurok adatainak újraszámolása utolsó lépése utáni állapotot mutatja meg. Ezeket szemléltetik az ábrák. A Megoldások az algoritmus végrehajtása során keletkezett egyes megengedett megoldásokat láttatja a hozzájuk tartozó számítások (változók, differencia mátrix) előtt. A léptetők egymással összhangban vannak, és így az adott feladat tanulása során, azok ismétlésénél, az algoritmus egyes részein könnyedén ugorhatunk át. A léptetőkkel előre és vissza is léphetünk az algoritmusban! Mindeközben természetesen az összköltség változását is nyomon követhetjük.

A Vezérlés lapon megadott paraméterezéssel két dolgot befolyásolhatunk. Az egyik, hogy melyik legyen az a változó, amit 0-nak választunk. Lehet automatikusan az u_1 , vagy az, amelyik a legtöbb egyenletben szerepel. A másik, hogy ha az induló megoldás által meghatározott kötött elemek száma nem elegendő, akkor mi kötünk le elemet, vagy rábízunk a programra ezt a feladatot. Az első esetben a leköthető elemek közül választhatunk addig, amíg elegendőt nem kötöttünk le. A másodikban az algoritmus a meglévő kötött elemekkel számol, és ha a megoldás nem optimális, akkor hurkot nem képez, hanem a differencia mátrix alapján lekötött új elemmel bővíti a lekötött elemeket, és úgy folytatja az optimum keresését!

5. táblázat: Optimális megoldás meghatározása, kezdeti állapot.

A szállítási feladat optimális megoldásának meghatározása a potenciálok módszerével																		
Aktuális megoldás	Igény						Aktuális változók	v1	v2	v3	v4	v5	Aktuális differencia mátrix					
	120	110	70	100	80													
K é s z l é t	190	120	0	0	0	70	u_1		1	4	2	5	3	0				0
	140	0	70	70	0	0	u_2		6	3	2	4	5		0	0		
	150	0	40	0	100	10	u_3		5	6	3	2	4		0		0	0
Összköltség		1160																

Megoldások	Szakaszlépés	Kislépés
▲	▲	▲
▼	▼	▼

6. táblázat: Optimális megoldás meghatározása, a változók kiszámítása után.

A szállítási feladat optimális megoldásának meghatározása a potenciálok módszerével

Aktuális megoldás		Igény					Aktuális változók		v1	v2	v3	v4	v5	Aktuális differencia mátrix				
		120	110	70	100	80												
K é s z l é t	190	120	0	0	0	70	u1	-1	1	4	2	5	3	0				0
	140	0	70	70	0	0	u2	-3	6	3	2	4	5		0	0		
	150	0	40	0	100	10	u3	0	5	6	3	2	4		0		0	0

Összköltség	1160
-------------	------

Megoldások
▲
▼

Szakaszlépés
▲
▼

Kislépés
▲
▼

7. táblázat: Optimális megoldás meghatározása, a differencia mátrix kiszámítása, és az új lekötött elem meghatározása után.

A szállítási feladat optimális megoldásának meghatározása a potenciálok módszerével

Aktuális megoldás		Igény					Aktuális változók		v1	v2	v3	v4	v5	Aktuális differencia mátrix				
		120	110	70	100	80												
K é s z l é t	190	120	0	0	0	70	u1	-1	1	4	2	5	3	0	-1	-2	4	0
	140	0	70	70	0	0	u2	-3	6	3	2	4	5	7	0	0	5	4
	150	0	40	0	100	10	u3	0	5	6	3	2	4	3	0	-2	0	0

Összköltség	1160
-------------	------

Megoldások
▲
▼

Szakaszlépés
▲
▼

Kislépés
▲
▼

8. táblázat: Optimális megoldás meghatározása, a hurok képzése, a negatív sarak minimumának meghatározása és a hurok átszámolása után.

A szállítási feladat optimális megoldásának meghatározása a potenciálok módszerével																		
Aktuális megoldás	Igény					Aktuális változók	v1	v2	v3	v4	v5	Aktuális differencia mátrix						
	120	110	70	100	80													
K é s z l e t	190	120	0	40	0	30	u1		1	4	2	5	3	0		0		0
	140	0	110	30	0	0	u2		6	3	2	4	5		0	0		
	150	0	0	0	100	50	u3		5	6	3	2	4		0		0	0

Összköltség	1160
-------------	------

Megoldások	Szakaszlépés	Kislépés
▲	▲	▲
▼	▼	▼

9. táblázat: Optimális megoldás meghatározása, az új lekötött elemekkel a változók kiszámítása után.

A szállítási feladat optimális megoldásának meghatározása a potenciálok módszerével																		
Aktuális megoldás	Igény					Aktuális változók	v1	v2	v3	v4	v5	Aktuális differencia mátrix						
	120	110	70	100	80													
K é s z l e t	190	120	0	40	0	30	u1	0	1	4	2	5	3	0		0		0
	140	0	110	30	0	0	u2	0	6	3	2	4	5		0	0		
	150	0	0	0	100	50	u3	1	5	6	3	2	4				0	0

Összköltség	1080
-------------	------

Megoldások	Szakaszlépés	Kislépés
▲	▲	▲
▼	▼	▼

10. táblázat: Optimális megoldás meghatározása, az új lekötött elemekkel a differencia mátrix kiszámítása után. A megoldás optimális.

A szállítási feladat optimális megoldásának meghatározása a potenciálok módszerével																		
Aktuális megoldás	Igény					Aktuális változók	v1	v2	v3	v4	v5	Aktuális differencia mátrix						
	120	110	70	100	80		1	3	2	1	3							
K é s z l é t	190	120	0	40	0	30	u1	0	1	4	2	5	3	0	1	0	4	0
	140	0	110	30	0	0	u2	0	6	3	2	4	5	5	0	0	3	2
	150	0	0	0	100	50	u3	1	5	6	3	2	4	3	2	0	0	0

Ossz költség	1080
--------------	------

Megoldások	Szakaszlépés	Kislépés
▲	▲	▲
▼	▼	▼

Egyéb lehetőségek az alkalmazásban

Az alkalmazás – bár sok mindent a megjelenítésben automatikusan állít be, magas szinten paraméterezhető.

A rejtett Induló_megoldás_Paraméterek lapon adhatjuk meg az Induló_megoldás lapon látható információk szövegeit, színeit, vagy akár azt, hogy római, vagy arab számok jelenjenek meg az egyes készlet vagy igény helyeknél. Hasonlóképpen lehetséges ez az optimális megoldással kapcsolatosan, aminek paramétereit az Optimális_megoldás_Paraméterek lap tartalmazza. A Vezérlés lapon található szövegeket a Segédtablák lapon találjuk, és állíthatjuk be igény szerint. Az algoritmus egyes lépéseihez tartozó információkat megfelelően az Induló_megoldás_lépéstár, illetve az Optimális_megoldás_lépéstár lapokon tekinthetjük meg. A tervezést, és a további módosítás lehetőségét segíti a Paraméterek_oszlopindexei lap. Alapértelmezésben utóbbiak is rejtett lapok.

Összefoglalás

Fentiekben megismerkedhettünk egy jól tervezett, jól paraméterezhető, számtalan szállítási feladat megoldását lehetővé tevő eszközzel. Mivel az egyes számításokat a program végzi, és azokat kiválóan szemléltethetjük, nem csak a feladatok megoldására, de az egyes esetek vizsgálatára is lehetőségünk nyílik. Különösképpen érdekes lehet ez akkor, ha a lekötött elemek száma nem a szükséges feltételnek megfelelő.

Bízom benne, hogy cikkem felkeltette érdeklődésüket és sokakban felmerül az igény az alkalmazás használatára, továbbá bízom abban is, hogy javaslatokat kapok annak továbbfejlesztésére.

Hivatkozott források

Kiss L. (2011): Gráf generálás és a Kruskal algoritmus tanítása szebben, jobban, Matematikát, fizikát és informatikát oktatók XXXV. konferenciája (MAFIOK) Szolnok, 2011. augusztus 29-31. ISBN: 978-963-89339-2-8.

Kiss L. (2011): A Dijkstra és a kritikus út algoritmusok kapcsolata és szemléletes tanítása, Kitekintés-Perspective, 2011. XV. évfolyam, Különszám. Szent István Egyetem, Gazdasági Kar, Békéscsaba, 174-182. ISSN: 1454-9921

Kiss L. (2012): Bizonyos gráfelméleti algoritmusok tanítása elegánsan, Matematikát, Fizikát és Informatikát Oktatók XXXVI. Konferenciája (MAFIOK), Gyöngyös, 2012. augusztus 27-29. ISBN: [978-963-9941-59-5](#).

Winston L.W. (2003): Operációkutatás, Módszerek és alkalmazások, Aula Kiadó, Budapest

Hatvany L. (1994): KARÁCSONY SÁNDOR PEDAGÓGIAI ÍRÁSAIBÓL (9 tanulmány, 1922-1946), Csökmei Kör, 1994

Szerző

Kiss László

főiskolai docens

Óbudai Egyetem,

Rejtő Sándor Könnyűipari és Környezetmérnöki Kar,

kiss.laszlo@rkk.uni-obuda.hu

STATISZTIKA SZEKCIÓ



MIGRATION ACTUALITIES OF THE STUDENTS OF BUDAPEST BUSINESS SCHOOL GRADUATED BETWEEN 2007 AND 2010 PLACING EMPHASIS ON THE DIFFERENCES IN DEVELOPMENT OF THE COUNTRY'S REGIONS

ORSZÁG GÁBORNÉ
SZOBONYA RÉKA

Abstract:

One of the determining components of the social and economic well-being is the education. Those who have higher educational qualification are able to do a lot to improve development by their knowledge, broadminded mentality and language skills. Our research was carried out on the basis of data derived from graduate follow-up surveys of Budapest Business School that questioned students graduated in 2007, 2008, 2009 and 2010. It was investigated where the graduated students work: whether they stay where they lived in their childhood or they work far from their birthplace – that is, the capital invested into education where returns. Correlations were looked for between the level of development of different areas of the country and the willingness of graduates to work there, and the migration balance of regions in connection to graduates.

Keywords: *migration, graduate follow-up survey, development, region, ranking*

Introduction

In this survey the data processed are derived from graduate follow-up surveys (GFS) carried out among students graduated between 2007 and 2010, and in our opinion that are related to migration.

Since reply was voluntary, questionnaires differed from the college graduates' social-demographic distribution, and distribution according to academic status. In some cases the number of replies reached 18% of the base population, here according to GFS references no weight factor has to be used. Those data were not involved in the process where reply ratios were significantly low. For this reason our essay concerns not the base population but the sample.

Our pre-supposition, that early-life impressions are determining in our life, many people likely to choose their childhood habitat as their living quarters or at least its surrounding in the same region. Everyone has the target to live in social-economical welfare and well-being, so the second pre-supposition is that the other important factor while choosing habitat is the high state of development.

Characteristics of graduates

Among data provided by the BBS graduates of the semesters between 2007 and 2010, those 1347 replies were involved in the survey what declared in which town they lived at their age of 14 and where they live now, because these are the most important factors considering migration.

Among graduates providing replies ladies showed more willingness to reply (78.0%), but 85 graduate denied declaration of their sex, 44 people did not declare their date of birth. Those who filled the questionnaire were divided into eight categories, based on this almost six tenth of them were between 25 and 27 years old during the survey. 28.4%

Migration Actualities of the Students of Budapest Business School Graduated Between 2007 and 2010 Placing Emphasis on the Differences in Development of the Country's Regions

of the respondents lived in Budapest at their age of 14, and almost one fifth of them lived in the surrounding area of the capital (Pest County, and Central Transdanubia). 1338 alumni declared their secondary-school: the ratio of the graduates of traditional 4 years high-school (36.8%) and technical college (38.1%) were almost the same, the remaining one quarter represented other types of school.

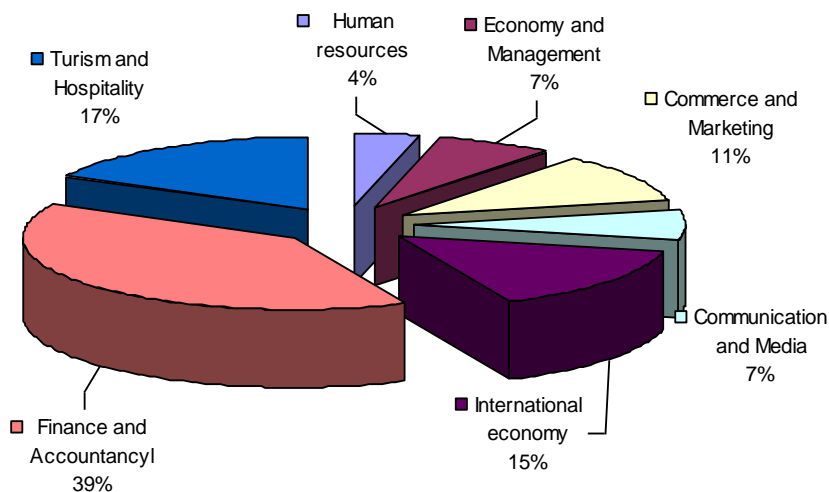


Figure 1. Distribution of BBS graduates graduated between 2007 and 2012 based on majoring

Resource: graduates follow-up survey database of BBS

The question regarding major was not answered by 145. 39% of respondents were majoring finance and accountancy, those majoring human resources reached the lowest ratio. Further ratios of distribution are presented in Figure 1.

After graduating – based on the respondent 637 graduates- two third of them found a job in the town which is the basis of their college or in its surrounding. After finishing studies finding a job was not problematic in case of the respondent 670 students: during their studies 50% of them had already worked, and 95.8% of them became active part of the labour market. Two third of the respondents declared that the degree gained at BBS meant advantage while searching for job. The question regarding degree and job relation was answered positively by 93.3% of 1214 people, the ratio of those who use the knowledge gained at the college less, in some measure and fully were almost the same. 1290 answered the question regarding position, based on this three quarter of them worked as employee. This ratio is not treated to be relevant, because base pieces of information are missing from the questionnaires that include different questions.

Mobility of graduates

Table 1 shows the distribution of graduates according to their habitat at their age of 14 and at their age of answering the questions.

Table 1. Distribution of BBS graduates graduated between 2007 and 2012 based on habitat at their age of 14 and nowadays

Today/ 14 year	Bp	CH (P)	SGP	ST	NGP	NH	CT	WT	Abroad	Total
Bp	342	20	1	0	0	1	2	1	15	382
CH(P)	42	134	3	0	0	1	2	0	1	183
SGP	75	1	43	0	0	0	0	1	3	123
ST	39	0	0	47	0	0	2	0	0	88
NGP	48	5	0	0	37	0	0	0	2	92
NH	76	8	1	0	2	74	1	1	2	165
CT	55	1	2	2	0	1	80	3	0	144
WT	51	1	0	2	0	0	1	108	1	164
Abroad	3	1	0	0	0	1	0	0	1	6
Total	731	171	50	51	39	78	88	114	25	1347

Resource: graduates follow-up survey database of BBS

Habitats are grouped based on regions, Central Hungary is divided into Budapest (Bp) and Pest County (C-H (P)). From mobility's point of view habitat abroad is important, for this reason it is represented in Table 1 despite its low frequency. Further regions are the following: [Southern Great Plain](#) (SGP), [Southern Transdanubia](#) (SD), Northern Great Plain (NGP), Northern Hungary (NH), Central Transdanubia (CT) and Western Transdanubia (WT).

In Table 1 the numbers of those graduates who moved back to their childhood habitat are placed diagonally. Out of the diagonal the frequency of migrants can be found. Our next investigation is carried out considering these two categories (migrants and non-migrants). We were searching for relationship between migration and the following alternates: date of birth, type of secondary school, major, place of college and working place (same, agglomeration, or different town), date of finding a job, position.

Almost two third of the 1303 graduates do not migrate, among the eldest (born between 1956 and 1980) this ratio is 74.3%, the distribution is also higher among those who were born in 1985 (70.0%), and lower among those who were born in 1984 (57.0%). Poor but significant relationship can be found between migration and date of birth. The same result was reached during the examination of the connection between migration and type of secondary school. The biggest part of graduates attended technical school, every third member of this group migrated, that is less than the migration ratio (35.8%) of the whole group who were asked. Those alumni who attended not traditional secondary school are more willing to migrate (43.2%).

Migration Actualities of the Students of Budapest Business School Graduated Between 2007 and 2010 Placing Emphasis on the Differences in Development of the Country's Regions

Further significant correlation was found between migration and major. Graduates majoring International Economy were the most willing to migrate (45.3%), and the least were those majoring Human Resources (17.4%). Based on the data of the 637 respondents, three categories can be created: one third of them attended college and found job in the same region where they lived at their age of 14, the members of the next group moved just because of their studies (24.2%), the members of the third group migrated from their childhood habitat to study and stayed at the place of their college (28.4%). According to Cramer's measure the connection between these variables is positive, and a bit stronger than the previous ones.

670 people answered the question that how long it took to find a job. The seven possibilities to answer did not ensure deeper analysis, but it can be stated, that almost the half of the graduates (46.9%) had labour relations during their studies. Very few could not find a job after a year or later (5.4%). Similar to the previous variant, distribution based on position was too detailed (six categories), for this reason only basics can be stated. Three quarters of the students graduated in the examined semesters, worked as employee. Their willingness to migrate was the same as experienced on the whole sample. The few private entrepreneurs and self-employers more likely to try to get along in their former habitat, and half of those on the board who represent 5.6% of the whole sample took on moving in order to gain a better position.

Regions' state of development and the direction of migration

In the following we examined the general statement, that the destination of migration is essentially Budapest. Based on the data of the first table 35.7% (481 people) of the correspondents migrated, whose 80.9% moved to Budapest. This significant variation is shown by Figure 2.

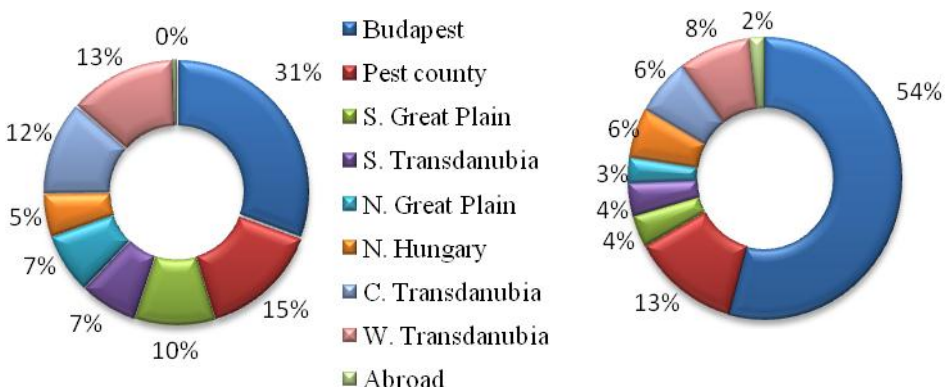


Figure 2. Distribution of BBS graduates graduated between 2007 and 2012 based on habitat at their age of 14 and nowadays

Resource: graduates follow-up survey database of BBS

Pest County belongs to Central Hungary, where 37 people moved to, so 88.6% (426 people) of the migrants settled down in this region. The capital's proportion in this set is 91.3%. During searching the reason of choosing this region we tried to find index

numbers regarding development, from the database of Hungarian Central Statistical Office (HCSO), that are valid for the given time interval. In most cases these can be found separated according to regions, so for this reason we treated this region as one unit. Because of handling the different measures and time factors, index numbers were put into order according to regions, so 22 development ranks were established. The availability of the tables, that include the base information connected to these can be found among the resource materials, here we emphasized only the information that are relevant to our survey.

The value of GDP per capita that is measured by purchasing power parity makes it possible to compare the economical data of the different regions. Based on this index the advantageous position in development of Central Hungary was without any doubt in the examined period compared with other regions. This region plays a leading role considering other economical factors as well. Job possibilities are the best in this region, it is proved by the high level of education (ratio of those having high school diploma and of those having degree or diploma), huge number of enterprises and new enterprises, and by the employment rate also. Here the ratio of minimal salary is the lowest compared to the gross salary, that is because of the region's high income level.

From the point of view of demography the status Central Hungary is less prosperous. The low number of child population is proved by the fact that the whole fertility factor per female capita and the ratio of infant dependancy was the second worst in the country after Western Transdanubia. Considering aging index and the dependancy rate of elder population the region is ranked in the middle (rank 4 and 5). It is an interesting fact that the number of cultural institutions per 100.000 inhabitants is the lowest in this region, it can be probably explained by high population density, but the number of cultural occasions per 100.000 capita is the highest here. It can be mentioned as a negative fact that the number of delinquencies became known is the highest in this region.

Central Hungary is the only one among the regions where the migration scale shows positive balance (Table 2). In the examined period the official index of inland migration per 1000 inhabitants was similar, but based on data from HCSO in Western Transdanubia the number of inland immigrants was higher than emigrants.

Migration Actualities of the Students of Budapest Business School Graduated Between 2007 and 2010 Placing Emphasis on the Differences in Development of the Country's Regions

Table 2.: Migration index of BBS graduates graduated 2007 and 2012 based on regions

Region	Habitat at the of 14	Habitat today	Migration index
Central Hungary	565	902	337
Southern Great Plain	123	50	-73
Southern Transdanubia	88	51	-37
Northern Great Plain	92	39	-53
Northern Hungary	165	78	-87
Central Transdanubia	144	88	-56
Western Transdanubia	164	114	-50
Abroad	6	25	19
Summa	1347	1347	

Resource: graduates follow-up survey database of BBS

Only 6 people of the graduates lived abroad at their age of 14, now, from them four people live in Central Hungary. During data provision 25 people stated, that they had been living abroad, two third of them moved from Central Hungary to a foreign country.

Based on the data, both from the graduates and from HCSO most people migrate from Northern Hungary, where the GDP per capita is the lowest among the regions. The number of operating and newly established enterprises – after [Southern Transdanubia](#) – is the lowest here in the country, the least foreign companies can be found here. The employment rate of people aging between 15 and 64 – the same as in the Northern Great Plain – is the lowest in the country, due to the low literacy rate of the population and the willingness to participate in adult training is the second worst among the regions.

Examining the Northern Hungary region from the point of view of demography it can be stated, that the whole fertility rate is the highest here, and the childhood dependency index is the second highest (after the Northern Great Plain). Apart from the high number of infants the ratio of elders cannot be neglected too, who have to be supported by the few labour force. The life-expectancy is the lowest here in case of both sexes. Natural loss of the whole population is characteristic for the whole country, Northern Hungary has the third worst position (after [Southern Great Plain](#) and [Southern Transdanubia](#)), but the real loss here is the highest because of the high ratio of emigration.

Conclusions, proposals

Further analysis can be carried out based on the ranks of the regions' development indexes, but here we neglect it because of the limitations in coverage. Based on the database of the graduates, migration was not significant except for the Central Hungary region. Based on the data from both the HCSO and the graduates, our pre-suppositions were certified. Despite the view that became popular, the ratio of minimal salary

compared to the gross salary is not the worst in the Northern Hungary region, but in the Northern Great Plain, [Southern Great Plain](#) and [Southern Transdanubia](#).

It would worth to collect and analyse the data of colleges' graduates. In order to being able to compare them, it would worth to standardise the questions and coding of the previous analyses.

References

- A 15–64 éves népesség foglalkoztatási rátája, %
http://www.ksh.hu/thm/2/indi2_3_1.html. Download: 26.07.2012
- A 25–64 éves népességből oktatásban, képzésben részt vevők aránya, %
http://www.ksh.hu/thm/1/indi1_3_2.html. Download: 26.07.2012
- A gyermeknépesség eltartottsági rátája, % http://www.ksh.hu/thm/2/indi2_1_2.html.
 Download: 26.07.2012
- A külföldi érdekeltségű vállalkozások (2000–)
http://www.ksh.hu/docs/hun/xstadat/xstadat_eves/i_qpk006.html. Download:
 26.07.2012
- A minimálbér aránya a bruttó átlagkeresetekhez, %
http://www.ksh.hu/thm/2/indi2_3_5.html. Download: 26.07.2012
- A százezer lakosra jutó ismertté vált bűncselekmények száma
http://www.ksh.hu/thm/2/indi2_11_1.html. Download: 26.07.2012
- A százezer lakosra jutó kulturális intézmények száma
http://www.ksh.hu/thm/2/indi2_10_1.html. Download: 26.07.2012
- A százezer lakosra jutó kulturális rendezvények száma
http://www.ksh.hu/thm/2/indi2_10_1.html. Download: 26.07.2012
- A vállalkozások száma http://www.ksh.hu/thm/1/indi1_2_4.html. Download: 26.07.2012
- Az egy főre jutó GDP, vásárlóerő-egységben (PPS) kifejezve
http://www.ksh.hu/thm/1/indi1_1_4.html Download: 26.07.2012
- Az ezer főre jutó új lakások száma http://www.ksh.hu/thm/2/indi2_7_5.html. Download:
 26.07.2012
- Az idős népesség eltartottsági rátája, % http://www.ksh.hu/thm/2/indi2_1_2.html.
 Download: 26.07.2012
- Az új vállalkozások száma http://www.ksh.hu/thm/1/indi1_2_4.html. Download:
 26.07.2012
- Belföldi vándorlási különbözet ezer lakosra http://www.ksh.hu/thm/2/indi2_1_6.html.
 Download: 26.07.2012
- Érettségizettek a 18 évesek százalékában, % http://www.ksh.hu/thm/2/indi2_2_4.html.
 Download: 26.07.2012
- Graduates follow-up survey database of Budapest Business School
- Lakáspiaci árszínvonal, millió forint http://www.ksh.hu/thm/2/indi2_7_3.html.
 Download: 26.07.2012
- Oklevelet szerzettek a 22 évesek százalékában, %
http://www.ksh.hu/thm/2/indi2_2_4.html. Download: 26.07.2012
- Öregedési index, % http://www.ksh.hu/thm/2/indi2_1_2.html Download: 26.07.2012
- Születéskor várható átlagos élettartam, év nemek és régiók szerint
http://www.ksh.hu/thm/2/indi2_8_1.html. Download: 26.07.2012
- Teljes termékenységi arányszám, egy nőre http://www.ksh.hu/thm/2/indi2_1_3.html.
 Download: 26.07.2012

Migration Actualities of the Students of Budapest Business School Graduated Between 2007 and 2010 Placing Emphasis on the Differences in Development of the Country's Regions

Tényleges szaporodás, fogyás, ezer lakosra http://www.ksh.hu/thm/2/indi2_1_1.html.

Download: 26.07.2012

Természetes szaporodás, fogyás, ezer lakosra http://www.ksh.hu/thm/2/indi2_1_1.html.

Download: 26.07.2012

Authors:

Gáborné Ország

Senior lecturer

BBS CFA Methodology Department

ország.gaborne@pszfb.bgf.hu

Réka Szobonya

Assistant lecturer

BBS CFA Methodology Department

szobonya.reka@pszfb.bgf.hu

**COMPLETION EFFICIENCY AND ITS INFLUENCING FACTORS OF
STATISTICS I. COMPULSORY COURSE**ORSZÁG GÁBORNÉ
SZOBONYA RÉKA**Abstract:**

In the Budapest Business School College of Finance and Accountancy 989 students attended the compulsory course unit Statistics I. in the Spring semester of 2011/2012 in full-time courses on bachelor level. During the semester two tests – a midterm and a final test, 50 points each – had to be written. The results, the points obtained in the two written tests, the total points and the factors influencing the results are investigated in this paper.

In our opinion the accomplishment of the course on an acceptable level depends on several factors. The studies before the college provide very important information, since the completion of high school studies on a better level significantly influences the results at the college. We investigate how the performance is affected by the fact whether the students graduated at grammar- or technical school, which subjects of the school-leaving exam were taken into account and how many points were reached when they applied for admission to the college. It was also a question for us whether knowledge of languages and its level influences the level of completion of the Statistics course or not.

Keywords: *statistics, mathematics, efficiency, knowledge of languages, correlation*

Introduction

Our research refers to the performance of the students who attended the compulsory course unit Statistics I. in the spring semester of 2011/2012. First, students had to have a signature acknowledging that they have completed their tasks during the semester, that is, they had to attend the course regularly and they had to write a mid-, and a final term exam, 50 points each, from which at least 20 points were necessary for the signature. After obtaining a signature, students were graded according to their achievement of midterm and final term tests. In our opinion the grade is influenced by several factors, a lot of them are in connection with secondary-school studies. That is why the database derived from the electronic registration system is complemented with information from applications for admission to the college.

Our preliminary hypothesis is that everybody has taken their school-leaving examinations in Mathematics and its advanced level greatly influences the results in Statistics. Another hypothesis is that the knowledge of economics acquired in technical schools is also in correlation with the results. The extent of influence of language skills is investigated, too.

The efficiency of midterm and final term performance

First the correlation between the results of the two exams, midterm and final tests, written by 884 students is analysed. The result of the second tests depends on the scores of the first one by 42.8 %, there is a strong positive relationship between the two variables ($r = 0.65$), which is demonstrated in Figure 1.

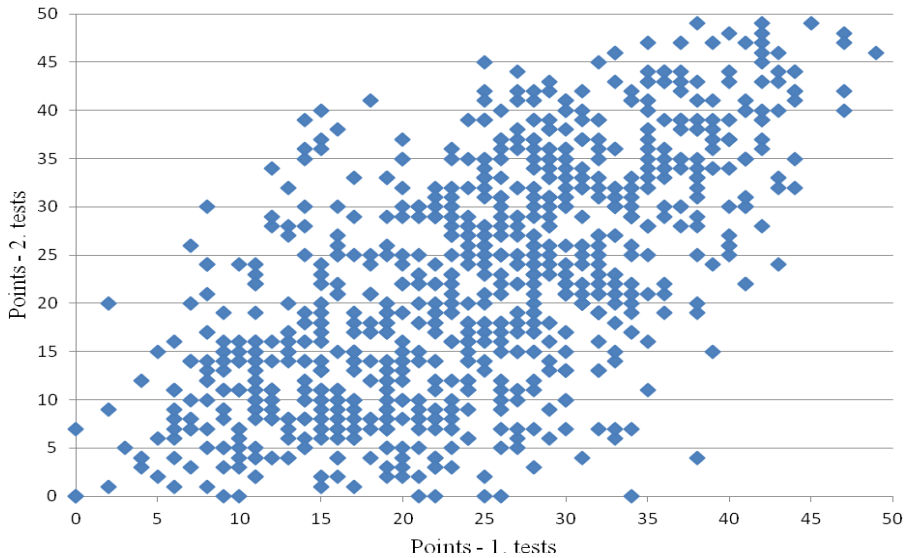


Figure 1. Correlation between the results of the first and the second tests

Source: Own database.

The best fitting function describing this two-variable relationship is the linear regression function, on the basis of the significant regression coefficient the first test, which is better than another by one point results in a second test, which is better by 0.8 point on average.

The midterm test

At the end of the first quarter 923 students wrote the midterm test, 754 students took up the course first (normal courses), 169 students learnt Statistics I. as a special course (which means that this was not the first time they attended the course). Comparing the results of the two types of courses the average of the points of normal courses (25 points) is significantly higher than the average of the results of special ones (16 points).

The students of normal courses were arranged into classes according to their specialisation programmes (Human Resources, Management and Business Administration, Finance and Accounting) and the results of every test written were compared. On the basis of the test of homogeneity standard deviations of the four classes can be regarded equal, thus the analysis of variance could be carried out. On the basis of this, there was significant difference among the results of classes of programmes; the reason of the difference was the lower points of the special course. The following investigation refers to the points of normal courses. It can be stated that there was minimal difference (24, 25, 26 points) between the results of the three specialisations.

From the factors that influence the efficiency of the first test the following ones are considered: the result of the two subjects of the school-leaving exam (percent value); the time elapsing between the school-leaving exam and the admission (year); the age when admitted; the modified points of admission (plus points received for social reasons were deducted from total points); the instructor; gender; the number of languages proved by

language exams; the level of language exams; the type of secondary school (grammar school or technical school); specialisation programme; the existence of the school-leaving exam in Mathematics, and whether it was accomplished on an advanced level or not.

Emphasising the Mathematics school-leaving exam we compared the points of the two categories and the four-point difference was considered to be significant. Almost all of the variables (except the time elapsing between the school-leaving exam and admission, the age, the instructor, the type of secondary school) showed a significant relationship with the result of the first test. A further significant correlation could be found between the results of the subjects of the school-leaving exam, the number of languages and the level of language exams; the specialisation and the existence of the school-leaving exam in Mathematics.

The relationship between the variables considered is moderate, by the optimal regression function the factors involved explain the deviation of the results of the first test in 33.7%. From the thirteen explaining variables the SPSS statistical software eliminated two variables during the process: the modified points of admission and the time which elapsed between the school-leaving exam and the admission. The latter one was expected by the base data, while 76 % of the students applied for admission in the same year when they left secondary school. In the background of the elimination of modified points of admission there can be the aggregation, since the other factors used in the model cover this variable.

After interpreting the parameters it can be stated that boys have worse results, the knowledge of languages improves results, the students who come from technical schools have better points, but the difference is not considerable in any of the cases; however, the advanced level of the Mathematics school-leaving exam increases the result by more than three points.

In our opinion the results of the students of a special course are less influenced by the factors investigated, thus they are eliminated from the model during the following analysis. But the value of the multiple coefficient of determination declined to 28.8 %, so outcomes are not interpreted.

The second test

At the end of the semester 889 students wrote a second test, 733 students in normal, 156 in a special course. Similarly to the first one, the result of the special course (16 points) is significantly less than the average of points of the students from normal courses (23 points).

The next analysis is to compare the results of different specialisations and the special course. According to Levene's test the standard deviations of the four groups are not equal, thus, instead of the analysis of variance the points of the groups are compared pairwise. Alike the first test there is no difference between the performance of students of different programmes (22, 24, 23 points), but the result of the special course is lower than these.

During the analysis of factors which influence the efficiency of the second test, points of the first ones are also considered beside the factors listed in the investigation of the first exam. Almost every variable (except the time which elapsed between the school-leaving examination and the admission, the type of secondary school) shows a significant relationship with the result of the second test. Those students who have a Mathematics school-leaving exam reached significantly higher points again.

The best fitting regression function describing this phenomenon includes the following variables: the results of the first test, the instructor; gender; advanced level exam in Mathematics, the second subject in the school-leaving exam; the number of languages and age. These variables explain 46.7 % of variance of points. The best results are reached by those students who have a Mathematics school-leaving exam on an advanced level, and the number of languages learnt is also in positive correlation with the points. On eliminating the results of students from a special course – similarly to the first test – we could not gain more information.

Evaluation of the results of the instruction period of the semester

From the 968 students investigated 815 got a practical course mark at the end of the semester. The necessary requirement was that they had to attend the course regularly and they had to reach at least 20 points from the midterm and final tests. These requirements were fulfilled by 84.2 % of the students. 40.5 % of the students who did not get the instructor's signature attended the special course. This fact was taken into consideration when we continued the analysis.

Comparing the total points of the two types of courses (normal and special) we observed a significant difference: the students of normal courses reached more points, on average, by 18 than those who took up the subject more than once. This great difference can be explained by the fact that students who did not get the signature are also included in the database. To prove this we eliminated the results of students mentioned from the database. In this case, the difference between the two groups decreased to 13 points and the results of the students of a special course increased by 10 points.

Analysing the total points by programmes the results were like the results of previous investigations – the points of the special course were lower. The average of points of those who fulfilled the requirements of the signature was 49 points, from which the results of normal courses of programmes did not differ significantly, but the points of the students of special courses were remarkably lower.

Correlation computations were carried out among the influencing factors chosen by us and the total points, disregarding the results of the first and second tests. These factors explain 41.5 % of the variance of points reached, and every factor is in a significant relationship with the performance except the instructor and the type of secondary school. Building up the regression model the SPSS software eliminated two variables: the modified points of admission and the time elapsing between the school-leaving exam and admission. The reason of this was given previously. After interpreting parameters we got similar results to those we had had in case of the two tests. The school-leaving exam on an advanced level (9 points) and knowledge of languages influenced the results to a great extent. The Mathematics school-leaving exam and gender also played an important role.

We continued our analysis with filtration of data. First, students of the special course, then those were filtered out who did not get the signature, but we could not state a remarkable result.

52.6 % of 815 students who fulfilled the requirements of the signature finished the semester successfully, but there was a great difference between the two types of courses: while 56.9 % of the students of normal courses were successful, it was only 29.0% in the special course. Significant difference could not be found among the programmes.

The practical course mark was determined by adding the points of the two tests, so we do not carry out a further analysis of the factors which influence the practical course mark.

Analysis of the final mark

There were two possibilities for students to improve their practical course marks if they failed, that is why the analysis was expanded by one further factor (which possibility resulted in the final mark?). Data were grouped on the basis of this factor. By the computations it can be determined that the final mark received for the two tests is better on average than the final mark received during the examination term.

When the results of the two types of courses were compared, the performance of the normal course was better again (by almost one) and there was no difference between the averages of specialisations.

In the next analysis the factors connected to the points of exams were disregarded, thus the power of the other explaining variables was 39.5 %. Three factors (the instructor, the type of secondary school and the time elapsing between the school-leaving exam and admission) are not in real relationship with the final mark. The strongest correlation is between the final mark and the number of “attempts”, obviously its direction is negative. There was a moderate positive relationship between the modified admission points and the final mark.

After the attempts for improvement during the examination period the semester results were getting better. 69.2% of students that had the signature finished the semester successfully. This figure was 71.9 % in the case of normal courses and 54.0 % in the case of the special course. However, this result can not be regarded favourable, it can be said that performance in the examination period was better in the case of this course.

Conclusions, proposals

Our hypothesis that the existence of the advanced level Mathematics school-leaving exam improves the mark of Statistics I. to the biggest extent has been proven. In the present situation of transforming higher education it is not recommended to require the advanced level school-leaving exam for admission, although it is supported by several specialists.

The influencing power of the type of secondary school was weaker than expected. The reason of this can be that Statistics as a separate subject has ceased to exist in technical schools, meanwhile in grammar schools Statistics is also taught in Mathematics lessons.

We thought that language skills were less determining than it was proved by our analysis. The reason can be that persistence, diligence and practice are needed for learning languages and statistics as well.

The big difference between the two types of courses can be attributed to several reasons, for example, the great number of students in the lessons. The other factors are connected rather to college studies and the economic and social status of students rather than secondary school studies. The following step of our research can be searching for these motivation reasons by qualitative and quantitative methods.

Acknowledgement

We would like to thank Lászlóné Váraljai, a colleague of BBS CFA Informatics Centre for her help in the completion of the database.

Authors:

Gáborné Ország

Senior lecturer

BBS CFA Methodology Department

orszag.gaborne@pszfb.bgf.hu

Réka Szobonya

Assistant lecturer

BBS CFA Methodology Department

szobonya.reka@pszfb.bgf.hu

MŰSZERES SZÍNMRÉSI EREDMÉNYEK MATEMATIKAI ÉRTÉKELÉSE

H. HORVÁTH ZSUZSANNA

Összefoglalás

Méréseink célja az volt, hogy megvizsgáljuk, hogyan változik az őrlemény színe színezéktartalmának növelése során, illetve annak elemzése, milyen eltérést okoz azonos mennyiségű oleoresin illetve olaj adagolása a színjellemezők alakulásában. Azt is vizsgáltuk, hogy a megnövelt színezék- illetve olajtartalmú minták színkoordinátái hogyan változtak a tárolás során.

A mérésekhez egy 72 ASTA és egy 136 ASTA színezéktartalmú őrleményt választottunk. Mindkét őrleményből készítettünk 5-5 megnövelt olaj-, illetve oleoresin tartalmú mintát, majd elvégeztük a színmérését. A színmérését MINOLTA CR-300 tristimulusos színmérő készülékkel végeztük. A szín jellemzésére CIE L^ , a^* , b^* színrendszert használtuk.*

Megállapítottuk, hogy az olajtartalom növelés tömegre vonatkoztatott 2% mennyiség alatt nem okoz érzékelhető változást sem a világossági koordináta, sem a színezeti szög, sem pedig a króma alakulásában. 2% olaj hozzáadása esetén a világossági koordináta átlag 1,5 egységgel, a színezeti szög 1,5-2 egységgel, a króma 2 egységgel csökkent. A változás mértéke meghaladta a vizuálisan érzékelhető színkülönbség értéket. A megnövelt színezéktartalmú minták esetében 0,06-0,07g oleoresin hozzáadása már érzékelhető változást okozott az őrlemény színjellemezőiben. A világossági koordináta 1,5 egységgel, 0,2 g-nál nagyobb mennyiségű oleoresin hozzáadása esetén 2,3 egységgel csökkent. Tehát az őrlemény színe érzékelhetően sötétebbé válik. A színezeti szög hasonlóan 0,06-0,07g oleoresin hatására mindkét őrleménynél 2 egységnyit csökkent, 0,2g hatására a csökkenés már 6 egységnyi, ami az őrlemény színének pirosodását jelzi. A króma értéke egy egységnyit csökkent már 0,0418-0,0445g oleoresin hozzáadásakor, a változás 3 illetve 4 egységnyi 0,2g oleoresin hatására, tehát az őrlemény színe kevésbé telítetté vált. A tárolás során mindezek a különbségek csak csekély mértékben változtak a 72 ASTA színezéktartalmú őrlemény esetén, tehát a színezéktartalom növelés hatására bekövetkező jobb színérzet megmaradt a tárolás során. A 136 ASTA színezéktartalmú őrleménynél a világossági koordináta esetén szintén megmaradtak a különbségek. A színezeti szög változása 2,5 egységnyire csökkent 1 hónap tárolás után, de a kezeletlen őrleményhez képest a növelt oleoresin tartalmú minta színe ebben az esetben is érzékelhetően pirosabb maradt a tárolás során.

A változások vizuális érzékelhetőségének mértékét mutatták a kezdeti minta és a megnövelt színezéktartalmú minták színkoordinátáiból számított színkülönbség értékek. Megállapítottuk, hogy 0,0859 illetve 0,0907g oleoresin hozzáadásának hatására az őrlemények színérzete érzékelhetően javult, pirosabb, sötétebb lett és ez a különbség a tárolás során stabilan megmaradt.

Kulcsszavak: Színmérés, szín koordináták, paprika őrlemény

Mathematical analysis of instrumental colour measurement results

Abstract

In our measurements we aimed to investigate the change of the grinding colour when increasing the colourant matter, and to analyse the colour coordinates deviation caused by adding equal quantities of oleoresin or oil. The colour coordinate alteration of the samples with increased colourant or oil content was equally examined.

A 72 ASTA and a 136 ASTA colourant containing grindings were chosen for the measurements. 5-5 samples with increased oil or oleoresin content were prepared from both grindings, and the colour analysis was consequently carried out. A MINOLTA CR-300 tristimulus colorimeter was applied for the colour measurements. The CIE L, a*, b* colour system was used for the colour characterization.*

It was ascertained that an increase of the oil content inferior to 2% does not cause detectable change neither in the lightness coordinate nor in the colour angle or the chroma. Adding 2% oil lead to an increase of 1.5 units in the lightness coordinate, and increase of 1.5-2 units in the colour angle and a decrease of 2 units in the chroma. The rate of the colour change exceeded the visually perceptible colour change limit. For the samples with increased colourant content adding 0.06-0.07g oleoresin lead to perceivable change in the colour coordinates of the grinding. The lightness coordinate decreased by 1.5 units when adding more than 0.2g oleoresin a decrease of 2.3% occurred. Thus the grinding became perceptibly darker. Correspondingly the colour angle decreased 2 units for both grindings when adding 0.06-0.07g oleoresin, while adding 0.2 oleoresin leads to a decrease of 6 units that indicates the redding of the grindings colour. The chroma value decreased by one unit already when 0.0418-0.0445g oleoresin was added, while 0.2 g oleoresin causes a decrease of 3 or 4 units, meaning that the grinding colour became less saturated. Storage caused insignificant change for the 72 ASTA colourant containing grinding, thus the better visible colour caused by the increase of the colourants was maintained in the course of the storage. For the 136 ASTA colourant containing grinding the differences remained regarding the lightness coordinate. The difference in the hue angle diminished to 2.5 units after 1 month storage, however compared to the untreated grinding the one with increased oleoresin content is perceptibly redder.

The colour difference values calculated from the colour coordinates of the original sample and the ones with increased colourant content showed the perceptibility of the colour changes. It was established that the addition of 0.0859g or 0.0907g oleoresin lead to the amelioration of the visible colour they became redder and darker and this difference was maintained during the storage as well.

Keywords: Colour measurement, colour coordinates, paprika grinding

Bevezetés

A modern táplálkozási szokások a mesterséges ételszínező anyagok alkalmazása helyett ismét a természetes eredetű ételszínezékek használatát helyezik előtérbe. A fűszerpaprika mind hazai, mind világviszonylatban nagy mennyiségben termesztett és fogyasztott természetes eredetű színezőanyagaként használt fűszernövény. A magyar fűszerpaprika örlemény még ma is hungaricumnak számít. A világ számos olyan területén természetnek fűszerpaprikát – mint például Spanyolország, Dél-Afrika, Dél-

Amerika, Kína -, melynek időjárása hazánknál jobban kedvez a növény fejlődésének, illetve a minőségét döntően meghatározó piros színezék anyagok kialakulásának. A napsütéses órák magas száma itt lehetővé teszi, hogy a paprika mindig a tövön érjen be, így a feldolgozó üzemekbe magasabb színezéktartalmú alapanyag kerül. Ebből következik, hogy bár a magyar fűszerpaprikát egyedi aromája és illata teszi különlegessé, a hazai gyártóknak fokozott gondot jelent a szép piros színű őrlemény előállítás.

A fűszerpaprika őrlemények színméréséről, annak jelentőségéről már a 70-es évektől kezdve jelentek meg tudományos munkák. (Horváth L. és mtsai, 1973, Drdak és mtsai, 1980, Huszka és mtsai, 1984). Több kutató foglalkozott annak vizsgálatával, milyen kapcsolat van az őrlemény színezéktartalma és műszerrel mért színjellemzői között. (Drdak és mtsai, 1989, Navarro és mtsa, 1993, Nieto-Sandoval és mtsa, 1999). A kutatások során születtek részeredmények, de nem létezik formula, mely a színezéktartalom és a színjellemzők közötti kapcsolatot leírja. Az őrlemény színét a színezéktartalmán kívül számos egyéb tényező is befolyásolja. Minguez és mtsa, (1997) azt elemezte, hogy a sárga és piros pigment aránya az összes színezék tartalmon belül hogyan változtatja az őrlemény színét. Chen és munkatársai (1999) a Koreában honos fajták esetén vizsgálták a szemcseméret hatását. Megállapították, hogy a szemcseméret az őrlemény világossági tényezőjét befolyásolja. Magyar, dél-afrikai és dél-amerikai fűszerpaprika esetén a hazai őrléstechnika alkalmazásakor a szemcseméretnek szignifikáns hatása van mindhárom színjellemzőre (H.Horváth, 2005). Bebizonyosodott, hogy az őrlemény a nedvességtartalom növekedésével telítettebb, sötétebb piros lesz (H. Horváth és mtsa, 2007). A méréseink célja annak elemzése volt, hogy milyen eltérést okoz azonos mennyiségű oleoresin illetve olaj adagolása a színjellemzők alakulásában, illetve, hogy a megnövelt színezék- illetve olajtartalmú minták színkoordinátái hogyan változtak a tárolás során.

Anyagok és módszerek

A minták előkészítése

A mérésekhez egy 72 ASTA és egy 136 ASTA színezéktartalmú őrleményt választottunk. Mindkét őrleményből készítettünk 5-5 megnövelt olaj-, illetve oleoresin tartalmú mintát a következőképpen. Az őrlemények 10-10 grammjához az 1. táblázatban feltüntetett mennyiségű olajat illetve oleoresint adagoltunk. A hozzáadott oleoresint illetve olajat keveréssel egyenletesen eloszlattuk a mintákban, majd az így kapott őrleményeket pihentettük, hogy színezék illetve tartalmuk kiegyenlítődjön. Ezt követően 4 óra múlva elvégeztük a szín mérését, minden mintát 3-szor, a betöltés megismétlésével mérve. A minták színét a 3 mérés eredményéből számított átlag színkoordinátákkal jellemeztük. Ugyanakkor meghatároztuk az őrlemények színezéktartalmát az MSZ 9681 5:2002 előírásának megfelelően. Ezután a mintákat sötét helyen, 20-22°C-on tároltuk és a méréseket 1, 2 és 3 és 4 hónap elteltével megismételtük.

1. táblázat Az őrlemény mintákhoz hozzáadott oleoresin és olaj mennyisége

72 ASTA színezéktartalmú őrl.		136 ASTA színezéktartalmú őrl.	
oleoresin, g	olaj, g	oleoresin, g	olaj, g
0,0213	0,0162	0,0200	0,0200
0,0418	0,0374	0,0445	0,0387
0,0703	0,0580	0,0658	0,0557
0,0859	0,0792	0,0907	0,0876
0,2484	0,2102	0,2206	0,2047

Forrás: Saját szerkesztés

A műszeres színmérés eszköze és módszere

A színmérését MINOLTA CR-300 tristimulusos színmérő készülékkel végeztük. A szín jellemzésére CIE L*, a*, b* színrendszert használtuk.

(Lukács,1982). A szín változásának jellemzésére a színkoordinátákból számított h_{ab}^0 színezeti szöveget, C* króma értékét, valamint

$$h_{ab}^0 = \arctg \frac{b^*}{a^*} \quad (1) \quad C^* = \left((a^*)^2 + (b^*)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2)$$

a színkülönbséget alkalmaztuk (ΔE_{ab}^*), melyet a szintérben értelmezett két színpont közötti térbeli távolsággal adunk meg:

$$\Delta E_{ab}^* = \left[(L_1^* - L_2^*)^2 + (a_1^* - a_2^*)^2 + (b_1^* - b_2^*)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3)$$

Az 2.táblázat mutatja a színkülönbség értéke és vizuálisan érzékelt szín eltérés kapcsolatát fűszerpaprika őrlemények esetén (H. Horváth, 2007).

2. táblázat A színkülönbség értéke és vizuális érzékelés kapcsolata fűszerpaprika őrlemények esetén

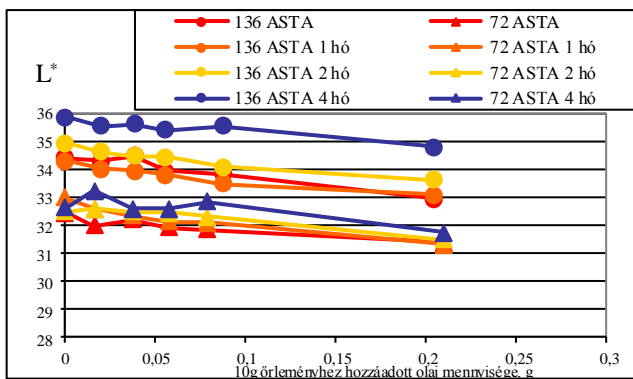
ΔE_{ab}^*	Szemmel érzékelhető különbség
$\Delta E_{ab}^* \leq 1.5$ $ \Delta L^* , \Delta a^* , \Delta b^* < 1.5$	Nem érzékelhető
$1.5 < \Delta E_{ab}^* \leq 3.0$ és $(\Delta L^* < 2.0, \Delta a^* < 2.0)$	Alig érzékelhető.
$3.0 < \Delta E_{ab}^*$	Jól érzékelhető.

Forrás: Saját szerkesztés

Eredmények és értékelésük

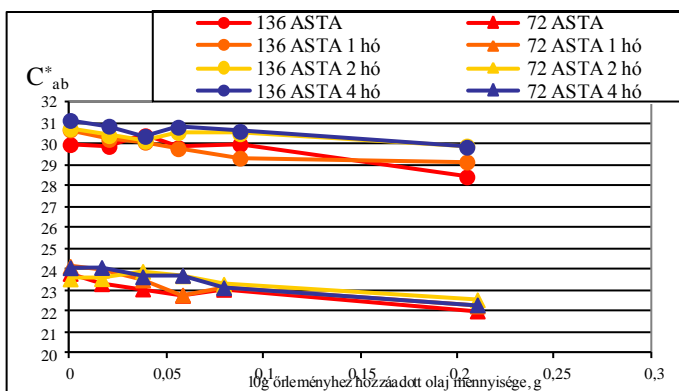
Az olajtartalom növelésének hatása

A kezdeti és a megnövelt olajtartalmú illetve színezéktartalmú mintákon az első mérés alkalmával és a tárolás során mért L^* világossági koordináta, h_{ab}^o színezeti szög és C_{ab}^* króma értékeket az 1-3. ábrákon mutatjuk be. Az ábrákról, hogy az olajtartalom növelés tömegre vonatkoztatott 2% (0,2g) mennyiség alatt nem okoz változást sem a világossági koordináta, sem a színezeti szög, sem pedig a króma alakulásában. 2% olaj hozzáadása esetén a világossági koordináta átlag 1,5 egységgel, a színezeti szög 1,5-2 egységgel, a króma 2 egységgel csökken. A 4. ábrán látható, a kezdeti minta és a megnövelt olajtartalmú minták között számított színelkülönbség értékek azt mutatják, hogy a változás mértéke meghaladja a vizuálisan érzékelhető színelkülönbség értéket.



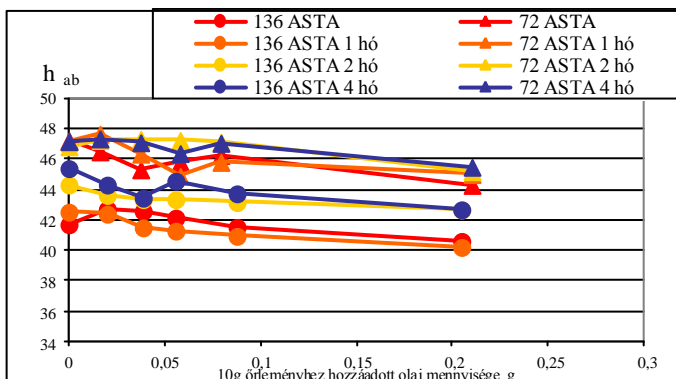
1. ábra Az L^* világossági koordináta értékének alakulása

Forrás: Saját szerkesztés



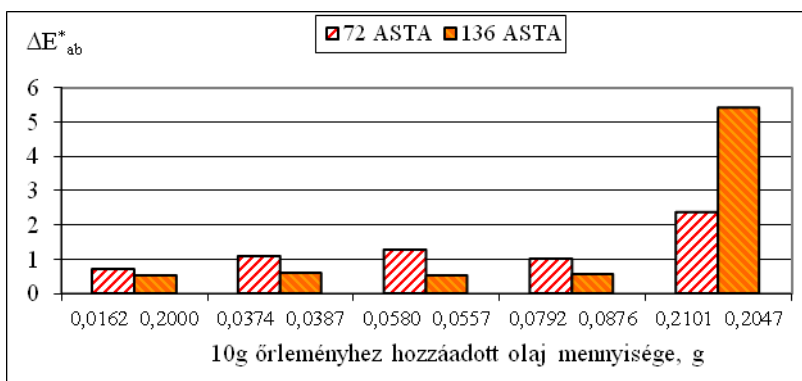
2. ábra Az C_{ab}^* króma értékének alakulása

Forrás: Saját szerkesztés



3.ábra A h_{ab}^o színezeti szög értékének alakulása

Forrás: Saját szerkesztés

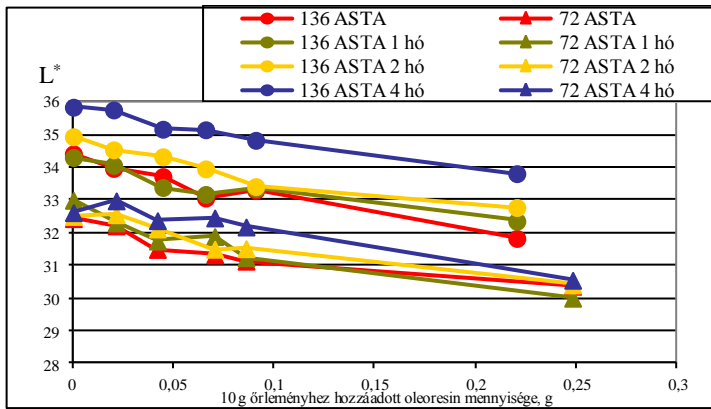


4.ábra A kezdeti minta és a megnövelt olajtartalmú minták színekülönbsége

Forrás: Saját szerkesztés

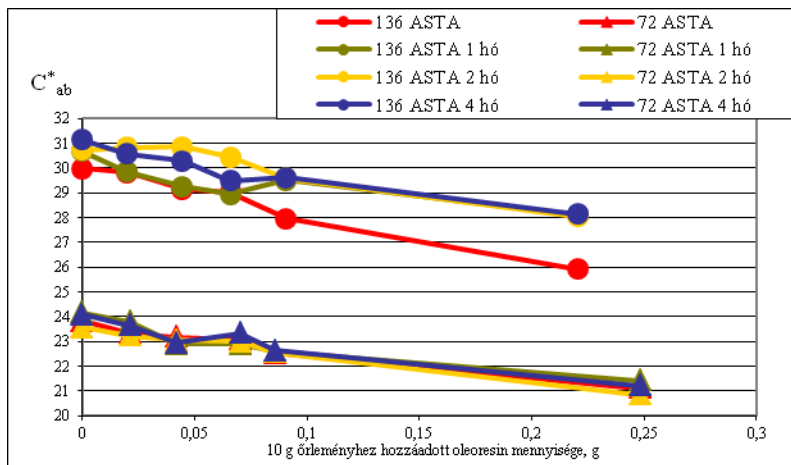
A színezéktartalom növelésének hatása

A megnövelt színezéktartalmú minták grafikonjait az 5-7. ábrák mutatják. Az ábrákon jól látszik, hogy 0,06-0,07g oleoresin hozzáadása már érzékelhető változást okoz az őrlemény színjellemezőiben. A világossági koordináta 1,5 egységgel, 0,2 g-nál nagyobb mennyiségű oleoresin hozzáadása esetén 2,3 egységgel csökken. Tehát az őrlemény színe érzékelhetően sötétebbé válik. A színezeti szög hasonlóan 0,06-0,07g oleoresin hatására mindkét őrleménynél 2 egységnyit csökken, 0,2 g hatására a csökkenés már 6 egységnyi, ami az őrlemény színének pirosodását jelzi. A króma értéke egy egységnyit csökken már 0,418-0,0445 g oleoresin hozzáadásakor, a változás 3 illetve 4 egységnyi 0,2 g oleoresin hatására, tehát az őrlemény színe kevésbé telítetté vált.



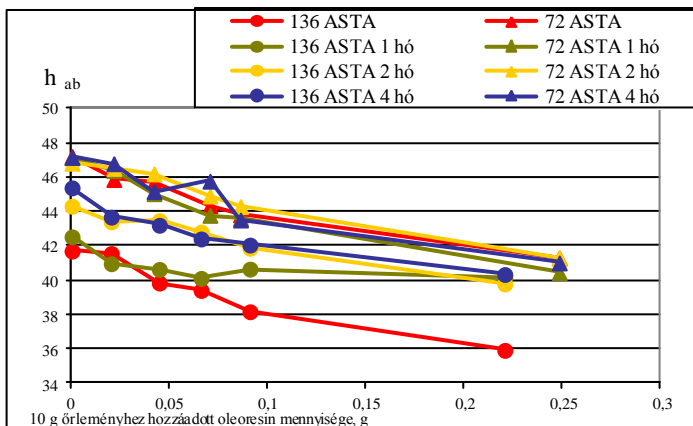
5.ábra Az L^* világossági koordináta értékének alakulása a színezéktartalom növelése hatására

Forrás: Saját szerkesztés



6.ábra A C^*_{ab} króma értékének alakulása a színezéktartalom növelése hatására

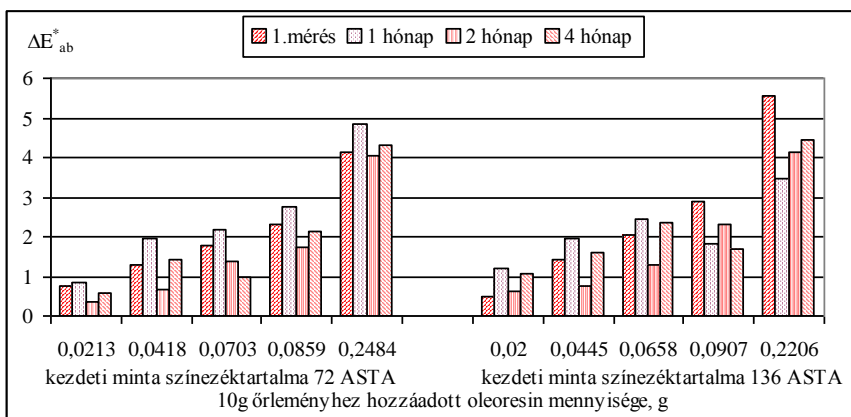
Forrás: Saját szerkesztés



7. ábra A h_{ab}^0 színzeti szög értékének alakulása a színezéktartalom növelése hatására

Forrás: Saját szerkesztés

A tárolás során mindezek a különbségek csak csekély mértékben változnak a 72 ASTA színezéktartalmú őrlmény esetén, tehát a színezéktartalom növelés hatására bekövetkező jobb színérzet megmaradt a tárolás során. A 136 ASTA színezéktartalmú őrlménynél a világossági koordináta esetén szintén megmaradtak a különbségek. A színzeti szög változása 2,5 egységnyire csökkent 1 hónap tárolás után, de a kezeletlen őrlményhez képest a növelt oleoesin tartalmú minta színe ebben az esetben is érzékelhetően pirosabb maradt a tárolás során. A változások vizuális érzékelhetőségének mértékét mutatják a 8. ábrán feltüntetett, a kezdeti minta és a megnövelt színezéktartalmú minták színkoordinátáiból számított színkülönbség értékek.



8. ábra A kezdeti minták és a megnövelt színezéktartalmú minták színkülönbségének alakulása a tárolás során

Forrás: Saját szerkesztés

Láthatjuk, hogy 0,0859 illetve 0,0907 g (0,9%) oleoresin hozzáadásának hatására az őrlmények színérzete érzékelhetően javult, pirosabb, sötétebb lett és ez a különbség a tárolás során stabilan megmaradt.

Következtetések

- 2% olajtartalom növelés hatására az őrlemény színe érzékelhetően változik, sötétebb piros lesz.
- Már 0,9 % oleoresin hatására érzékelhetően javul az őrlemény színérzete és a tárolás során a sötétebb, pirosan szín stabilan megmarad.

Hivatkozott források:

- Horváth L., Kaffka K. (1973): Instrumental Colorimetry of Red-pepper Grist, *Mérés és Automatika* 21(9) 341-348.
- Drdak M., Sorman L., Zemkova M., Schaller A.,(1980): Ergebnisse von Studien über den Zusammenhang zwischen Zusammensetzung und Farbe von gemahlenem Gewürzpaprika, *Confructa*, 25(3/4), 141-146
- Lukács Gy. (1982) Színmérés. Műszaki Kiadó, Budapest
- Huszka T., Halászné Hováth M. Zs., Lukács Gy., (1984) Számítógépes színreceptszámítási eljárás fűszerpaprika őrlmények optimalizált előállítására. *Mérés és Automatika*, 32. évf. 5. 170- 177
- Drdak M., Greif G., Kusy P.,(1989): Comparasion between the sensory and spectrophotometric method for determination of colour of paprika powder, *Nahrung* 1989
- Navarro F, Costa J (1993): Evalution of Paprika Pepper Color by Trisestimulus Colorimerty, *Revista Espanola de Ciencia y Tecnologia de Alimentos* 33(4):427-434.
- Minguez-Mosquera M. I., Perez-Galvez, A. (1997): Color quality in paprika oleoresins, *Journal of Agricultural and Food Chemistry* 46 (12): 5124-5127
- Qingchun-Chen, Hak-kyun-koh, Jae-Bok-Park (1999): Color evaluation of red pepper powder, *Transaction-of-the-ASAE*. 1999, 42(3): 749-752.
- Nieto-Sandoval J.M., Fernandez-Lopez J.A., Almela L, Munoz J.A. (1999): Dependence between apparent color and extractable color in paprika, *Color Research and Application* 24(2): 93-97.
- Kispéter J., Bajúsz-Kabók K., Fekete M., Szabó G., Fodor E., Páli T,(2003): Changes induced in spice paprika powder by treatment with ionizing radiation and saturated steam, *Radiation Physics and Chemistry* 68: 893-900.
- H. Horváth Zs., , Halász-Fekete m. (2005): Instrumental colour measurement of paprika grist, *Annals of the Faculty of Engineering Hunedora* 2005: 101-107.
- H.Horváth Zs., Hodúr C. (2007): The colour of paprika powders with different moisture content. *International Agrophysics*, 21: 67-72 p.
- H.Horváth Zs., (2007): Procedure for setting the colour characteristics of paprika grist mixtures. *Acta Alimentaria*,36:75-88 p.

Szerző:

H. Horváth Zsuzsanna, PhD

egyetemi docens,

SZTE Mérnöki Kar, 6725 Szeged, Mars tér 7.

horvatzs@mk.u-szeged.hu

SZERZŐK JEGYZÉKE

Ambrusné Somogyi Kornélia, 105, 155
Baranyai Tünde-Klára, 177
Berecz Antónia, 163
Borbás László, 171
Bubnó Katalin, 99
Csákány Anikó, 189
Debrenti Edith, 11
Gambár Katalin, 19
Gyöngyné Maros Judit, 105
H. Horváth Zsuzsanna, 229
Horváth Gábor, 35
Horváth Miklós, 61
Hudoba György, 89
Kenyeres Krisztina, 61
Kiss Endre, 61
Kiss László, 197, 205
Kollár Judit, 181
Kormány Eszter, 113
Kovács Endre, 143
Kovács István Béla, 25
Körtesi Péter, 43
Márkus Ferenc, 69
Nyirati László, 53
Ország Gáborné, 215, 223
Rácz Ervin, 77
Radványi Tibor, 121
Sebestyén Dorottya, 83
Seres György, 163
Subecz Zoltán, 129
Szobonya Réka, 215, 223
Szommer Károly, 137
Takács Viktor László, 99